

MODELACIÓN RELACIÓN LLUVIA ESCORRENTÍA EN PROCESOS NO ESTACIONARIOS CON FOKKER-PLANCK-KOLMOGOROV

Diana Carolina Palacio Gómez

Escuela de Ingenieros Militares, Colombia.
E-mail: dacarol2000@yahoo.com

Resumen

El presente artículo analiza la relación lluvia-escorrentía a largo plazo del río Fonce (Santander, Colombia) y concluye que obedece a un proceso estocástico no estacionario; para ello se aplica el modelo Fokker-Planck-Kolmogorov bajo los preceptos de la teoría de procesos estocásticos no estacionarios. El trabajo es producto del proyecto de investigación de la Maestría de Gestión del Riesgo de la Escuela de Ingenieros Militares, aprobado por el Comando de Educación y Doctrina CEDOC de la Dirección de Ciencia y Tecnología DITEC del Ejército Nacional de Colombia. El problema planteado se expresa mediante el interrogante ¿Es la relación lluvia-escorrentía a largo plazo un proceso no estacionario en el río Fonce y cuáles son sus propiedades estadísticas no estacionarias? En conclusión, se demuestra que el proceso lluvia-escorrentía demuestra características de un proceso no estacionario y que modelo Fokker-Planck-Kolmogorov brinda resultados favorables.

Introducción

El balance hídrico como método de estimación de las relaciones existentes entre los procesos de precipitación (P), escorrentía (Q), evaporación (E), transpiración (T), filtración (F) y almacenamiento (AI), viene tomando auge en diversos estudios en el país. En Colombia se tienen experiencias diversas sobre la modelación de la relación lluvia-escorrentía superficial. El documento principal que orienta esa modelación para el diseño de obras civiles y militares es el “Manual de Drenaje y Carreteras” del instituto INVIAS (INVIAS, 2011).

No obstante, en los últimos años diversos autores (Domínguez C., 2010; Poveda G, 2012; Rivera H., 2013; Palacio Gómez D., 2016) afirman que el uso de las destrezas científicas en el modelado de la relación lluvia-escorrentía superficial está supeditado al cumplimiento de la premisa estadística que reza “la modelación de relación lluvia-escorrentía obedece al principio estadístico de proceso estocástico estacionario, cuando los momentos estadísticos de las series no varían con el paso del tiempo (permanecen constantes en diferentes periodos diferentes de tiempo).

La pregunta del problema a resolver con el proyecto de investigación plantea ¿Es la relación lluvia-escorrentía a largo plazo un proceso no estacionario en el río Fonce y cuáles son sus propiedades estadísticas no estacionarias?

En el trabajo se compilan los datos de precipitación y caudales (expresados en escorrentía superficial), modelo digital de terreno; se procesan estadísticamente con el método de momentos centrales de Karl Pearson y se aplica el modelo FPK en su versión de proceso estocástico no estacionario. El modelado de la relación lluvia-escorrentía superficial para el caso de proceso estacionario y no estacionario se lleva a cabo con el modelo FPK. El trabajo demuestra que el modelo Fokker-Planck-Kolmogorov brinda resultados favorables y describe en forma adecuada una ley de distribución de probabilidad que relaciona la lluvia con la escorrentía bajo las consideraciones de un proceso estocástico no estacionario.

Método y datos

El balance hídrico se suele plantear en la forma:

$$P - Q - E - T - F - A = 0 \quad [1]$$

Para el caso de la cuenca hidrográfica del río Fonce, no se tienen estaciones que tomen datos de almacenamiento de agua (AI), ni de la filtración (F) y transpiración (T). En muy pocos sitios se realizan medición es de la evaporación (E). Para estimar el balance hídrico en condiciones de proceso no estacionario en la cuenca del río Fonce, se utilizarán los datos de precipitación y caudales (expresados en escorrentía) en un periodo desde 1956 hasta 2014. En el trabajo presente esta relación se estudia en dos periodos temporales (1956-1984 y 1985-2014), tratando de establecer si la precipitación y la escorrentía evidencian propiedades de no estacionariedad en esos periodos.

Se aplica el modelo Fokker-Planck-Kolmogorov – FPK, el cual interpreta los procesos estocásticos con propiedades estacionarias (cuando los valores de los momentos estadísticos en dos o más periodos de tiempo se mantienen constantes) y no estacionarias (cuando los valores de los momentos varían). Los detalles de su aplicación se describen en (Domínguez C., 2010; Palacio Gómez D., 2016). El modelo FPK es de la forma:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{\partial[Ay]}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2[By]}{\partial x^2} \quad [2]$$

En donde,

y	Valor a encontrar de la probabilidad
t	tiempo
x	Variable hidrológica en estudio
$A = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{E[\Delta x x]}{\Delta x}$	Coefficiente de traslación
$B = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{E[\Delta x^2 x]}{\Delta x}$	Coefficiente de difusión o volatilidad
$E[\Delta x x]$	Esperanza matemática

La determinación de los parámetros A y B del modelo FPK depende de la relación que se establezca entre las leyes físicas y los principios estadísticos que rigen al proceso en estudio. Generalmente, se plantea de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} A(Q) &= -(C - 0.5 G_\alpha) Q - 0.5 G_{\alpha\beta} + N \\ B(Q) &= G_\alpha Q^2 - 2G_{\alpha\beta} Q + G\beta \end{aligned} \quad [3]$$

En donde Q (mm) es la escorrentía, N (mm) es la precipitación, α representa a un ruido blanco (que incide en forma

multiplicativa sobre Q), β es otro ruido blanco (que incide en forma aditiva sobre N), G es la intensidad del ruido blanco.

Resultados

En la figura 1 se muestra el comportamiento del hidrograma.

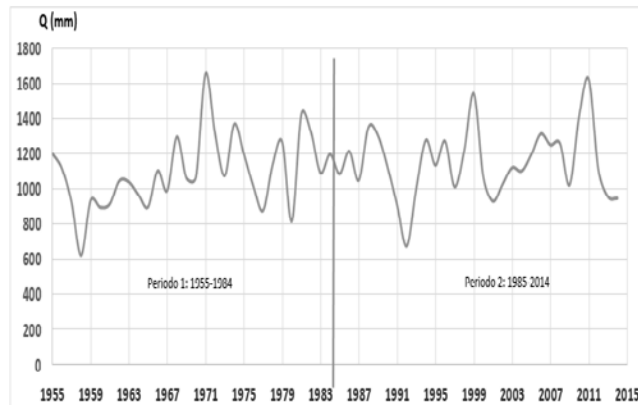


Figura 1.- Hidrograma de escorrentía del río Fonce en San Gil (Santander, Colombia).

Los 60 años de referencia se dividen en dos periodos, el primero comprende 1955-1984 y el segundo 1985-2014 (ver la figura 1) y los valores promedios se presentan en la tabla 1.

Tabla 1.- Valores de precipitación media (P) y escorrentía (Q).

Periodo [año]	P [mm]	Q [mm]
1956-1984	2330	1100
1985-2014	2550	1150

En la figura 2 se evidencia que el comportamiento de la escorrentía evidencia características de proceso no estacionario, dado que su promedio cambia de un periodo a otro.

Los valores de las intensidades de los ruidos blancos en el periodo 1955-1984 son $G\alpha=0.0165$, $G\alpha\beta=0.100$ y $G\beta=950$. Los valores de las intensidades de los ruidos blancos en el periodo 1985-2014 son $G\alpha=0.0165$, $G\alpha\beta=0.100$ y $G\beta=878$.

Una vez ajustado el modelo FPK al comportamiento de la escorrentía superficial en los periodos 1956-1984 y 1985-2014, se procede a plantear una relación lluvia-escorrentía a futuro en dos casos: a) cuando se asume que a futuro el valor promedio de la precipitación aumentará en un 10% respecto a su valor en el periodo 1985-2014 y b) a futuro el valor promedio de la precipitación aumentará en un 20% respecto a su valor en el periodo 1985-2014. A continuación, se presentan en las figuras 3 y 4 los resultados del modelado de la relación lluvia-escorrentía bajo propiedades de un proceso estocástico no estacionario.

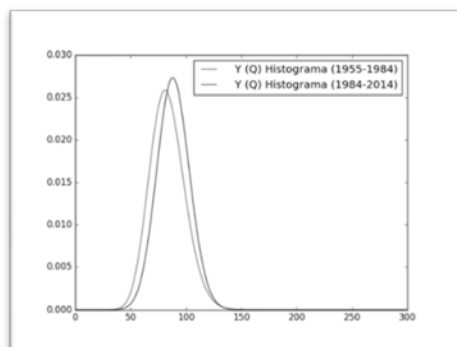


Figura 2.- Histogramas empíricos de frecuencias para la escorrentía del río Fonce en San Gil en 1985-2014 y 1985-2014.

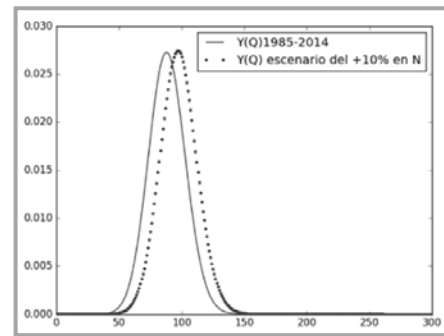


Figura 3.- Modelado de la escorrentía en proceso no estacionario por aumento de precipitación en 10%.

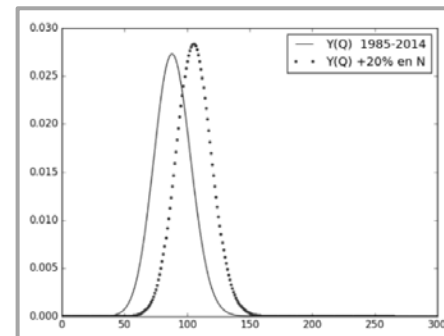


Figura 4.- Modelado de la escorrentía en proceso no estacionario por aumento de precipitación en 20%.

Referencias

Domínguez, E., & Rivera, H. (2010). "A Fokker-Planck-Kolmogorov equation approach for the monthly affluence forecast of Betania hydropower reservoir". *Journal of hydroinformatics*, Vol.12 No.4, Noviembre 2010, pp. 486-501.

Instituto Nacional de Vías - INVIAS (2009). *Manual de Drenaje para Carreteras*, Bogotá, 400 pp.

Palacio Gómez, D. C., & González Murillo, C. (2016). "Reseña sobre el estado del arte de la aplicación del modelo Fokker-Planck-Kolmogorov en la estimación de amenazas hidrológicas". *Revista Avances, Investigación en Ingeniería*, Vol. 13, No.2, pp. 83-98.

Poveda Jaramillo G. (2012) "El colapso de la hipótesis de estacionariedad por cambio climático y variabilidad climática: implicaciones para el diseño hidrológico en ingeniería". *Revista de Ingeniería, Universidad de los Andes*, No. 36, 2012, pp. 65-76.

Rivera, H. G., Gómez, D. C. P., & Guerrero, F. M. R. (2013). *Impacto de los escenarios de cambio climático en los recursos naturales renovables en jurisdicción de la Corporación Autónoma Regional de Santander*. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.