

# EL CANAL INHERENTEMENTE ESTABLE CON COMPUTACIÓN EN LÍNEA

Víctor M. Ponce y Janaína A. Silva

San Diego State University, Estados Unidos de America.  
E-mail: poncevm@gmail.com, janainaehd@gmail.com

## Introducción

El canal inherentemente estable es aquél para el cual el número de Froude asintótico neutralmente estable alcanza el valor infinito ( $F_{ns} \Rightarrow \infty$ ) (Ponce y Porras, 1995). En teoría, dicho canal será neutralmente estable, es decir, con el número de Vedernikov  $V = 1$ , cuando el número de Froude alcance el infinito ( $F \Rightarrow \infty$ ). Como este último es una imposibilidad física, este requisito garantiza efectivamente que el canal inherentemente estable siempre permanecerá muy por debajo del umbral  $V = 1$ , independientemente del caudal, eliminando así la posibilidad de formación de ondas de rollo. Como su nombre lo indica, un canal inherentemente estable es, por definición, incondicionalmente estable.

Liggett (1975) señaló que la teoría del canal inherentemente estable no se había verificado experimentalmente. A juicio de los autores, el canal inherentemente estable nunca se ha construido. Sin embargo, la teoría nos dice que puede ser una forma efectiva de evitar ondas de rollo en canales abiertos con pendientes fuertes. En ciertos entornos geomorfológicos montañosos, las necesidades del drenaje urbano a menudo pueden exigir la construcción de canales de drenaje con pendiente fuerte. A medida que el flujo alcanza la cota de inundación, el riesgo es alto de que el flujo se vuelva inestable en algún momento.

La recurrencia de estas ondas pulsantes en ríos canalizados de la región de La Paz, Bolivia, ha sido documentada por Molina *et al.* (1995).

En este artículo, revisamos la teoría del canal inherentemente estable, aclaramos su base física y matemática y desarrollamos una calculadora en línea. Se espera que esta contribución aliente a la profesión de ingeniería hidráulica a probar el canal inherentemente estable para evitar el riesgo de que se produzcan ondas de rollo en canales urbanos con pendiente fuerte.

## Antecedentes teóricos

El criterio para la inestabilidad del flujo en canal abierto se debe a Vedernikov (1945, 1946). Powell (1948) le dio a este criterio el nombre de **número de Vedernikov**. Posteriormente, Craya (1952) aclaró el concepto, mejorando su base teórica. El criterio de Vedernikov establece que la superficie del agua de un canal abierto, con fuerte pendiente, puede volverse inestable, con la posibilidad de desarrollar ondas de rollo, cuando la celeridad relativa de la onda cinemática, es decir, la celeridad de Seddon (Seddon, 1900), iguala o supera la celeridad relativa de la onda dinámica, o celeridad de Lagrange (Lagrange, 1788).

Las ondas de rollo son un tren de ondas que se producen en canales empinados con límites rígidos, revestidos con mampostería u hormigón.

## Diseño de canal estable

Liggett (1975) derivó la ecuación diferencial del canal inherentemente estable, para el cual  $\delta = 1$ . Ponce y Porras (1995) extendieron esta ecuación al canal condicionalmente estable, para el cual  $\delta < 1$ . El canal condicionalmente estable es estable, es decir,  $V \leq 1$ , siempre que el número de Froude esté restringido a  $F \leq F_{ns}$ , mientras que el radio hidráulico varía ligeramente con la profundidad de flujo.

Debido a la simetría de la sección transversal, un análisis de la mitad de la sección transversal es apropiado. En lo sucesivo, el asterisco (\*) se usa como subíndice para referirse a los valores mitad de las variables hidráulicas, por ejemplo,  $T_*$  = mitad del ancho medio superior.

El diferencial del perímetro mojado de la sección transversal estable es:

$$dP_* = [(dh)^2 + (dT_*)^2]^{1/2} \quad [1]$$

en el que  $dh$  = diferencial de la profundidad de flujo. Dividiendo por  $dh$ , y desde que  $dA_* = T_* dh$ :

$$T_* \frac{dP_*}{dA_*} = [1 + \frac{dT_*}{dh}]^2]^{1/2} \quad [2]$$

$$\frac{\delta T_*}{R} = [1 + \frac{dT_*}{dh}]^2]^{1/2} \quad [3]$$

El canal inherentemente estable es aquél para el cual  $\delta = 1$ ; por lo tanto, el radio hidráulico es constante e igual a  $R_o$ . Operando en la Ec. 3, se obtiene la ecuación diferencial del canal inherentemente estable:

$$\frac{dT_*}{dh} = [(\frac{T_*}{R_o})^2 - 1]^{1/2} \quad [4]$$

sujeto a  $T_* > R_o$ .

La Ecuación 4 puede resolverse utilizando la siguiente integral indefinida (Spiegel *et al.*, 2013):

$$\int \frac{dx}{(x^2 - a^2)^{1/2}} = \ln[x + (x^2 - a^2)^{1/2}] \quad [5]$$

en el cual  $x = T_*$  y  $a = R_o$ .

El diseño de un canal estable requiere que el radio hidráulico se especifique desde el principio. Para lograr este propósito, la sección transversal debe estar compuesta por dos subsecciones (Fig. 1):

1. Una subsección inferior, de forma rectangular, trapezoidal o triangular; y
2. Una subsección superior, de forma estable.

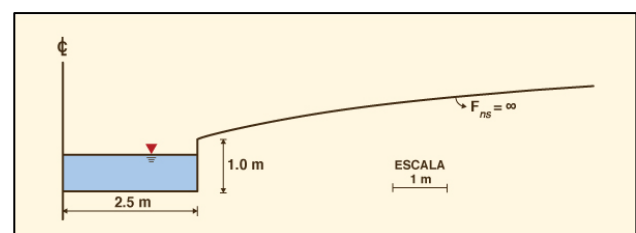


Figura 1.- El Canal de Sección Transversal Inherentemente Estable.

La subsección inferior, de mitad del ancho del fondo  $B_s$ , profundidad  $h_o$  y pendiente de lado  $z$ : 1 (H: V), define el radio hidráulico  $R_o$ :

$$R_o = \frac{0.5(2B_s + zh_o)h_o}{B_s + h_o(1 + z^2)^{1/2}} \quad [6]$$

Además de definir  $R_o$ , la subsección inferior sirve para transmitir los flujos bajos. En la práctica, los flujos de alta velocidad pueden ocurrir a profundidades de flujo relativamente pequeñas. Este hecho debe tenerse en cuenta en el diseño de la subsección inferior.

La Ecuación 4 constituye una familia de secciones transversales de canales inherentemente estables, con el parámetro  $R_o$ . Una solución particular, donde  $T_{*o}$  es el medio ancho superior correspondiente a la profundidad  $h_o$ , es:

$$h = h_o + R_o \ln \left\{ \frac{\frac{T_*}{R_o} + \left[ \left( \frac{T_*}{R_o} \right)^2 - 1 \right]^{1/2}}{\frac{T_{*o}}{R_o} + \left[ \left( \frac{T_{*o}}{R_o} \right)^2 - 1 \right]^{1/2}} \right\} \quad [7]$$

## Calculadora en línea

La calculadora [EN LÍNEA INHERENTEMENTE ESTABLE](#) resuelve el cálculo detallado en la sección anterior. Los datos de entrada a la calculadora se componen de:

1. Datos geométricos e hidráulicos: mitad del ancho inferior  $B_s$ , profundidad  $h_o$ , pendiente lateral  $z$ , profundidad relativa  $h_u'$ , pendiente del canal  $S_o$ , y coeficiente  $n$  de Manning; y
2. Número de Froude neutralmente estable  $F_{ns}$ .

Para resolver el canal inherentemente estable, especificar un valor muy alto de número de Froude neutralmente estable, digamos  $F_{ns} = 10,000$ . Para resolver el canal condicionalmente estable, especificar un valor realísticamente alto de número de Froude neutralmente estable, digamos  $F_{ns} = 25$ .

## Ejemplo de diseño

Diseñar un canal estable para los siguientes datos: flujo base  $Q_b = 10 \text{ m}^3/\text{s}$ , flujo pico  $Q_p = 100 \text{ m}^3/\text{s}$ , ancho medio inferior  $B_s = 2.5 \text{ m}$ , pendiente del tamaño  $z = 0$ , pendiente del canal  $S_o = 0.012$ , y coeficiente  $n$  de Manning = 0.015. Calcular la profundidad  $h_o$  y la profundidad relativa  $h_u'$ .

Solución. La prueba se ejecuta con una profundidad de subsección inferior  $h_o = 0.8 \text{ m}$ , y la proporción de profundidades de subsección superior a inferior  $h_u'$ , muestra los siguientes resultados:

- A. Para el canal **intrínsecamente estable**, en  $F_{ns} = 10,000$ : descarga de subdivisión inferior  $Q_b = 10.46 \text{ m}^3/\text{s}$ , y descarga total, que corresponde a una profundidad de canal total  $h_t = h_o(h_u' + 1) = 2.4 \text{ m}$ , es  $Q_p = 112.112 \text{ m}^3/\text{s}$ . El radio hidráulico permanece  $R_o = 0.606 \text{ m}$  a través del rango  $0.8 \leq h_t \leq 2.4$ , y la mitad del ancho superior  $T_*$  en  $h_t = 2.4 \text{ m}$  es:  $T_* = 34.468 \text{ m}$ .
- B. Para el canal **condicionalmente estable**, en  $F_{ns} = 25$ :  $Q_b = 10.46 \text{ m}^3/\text{s}$ , y  $Q_p = 102.902 \text{ m}^3/\text{s}$ . En  $h_t = 2.4 \text{ m}$ , el radio hidráulico es  $R = 0.692 \text{ m}$  y el ancho medio superior es:  $T_* = 25.169 \text{ m}$ .

En este ejemplo, la mitad del ancho superior de diseño del canal condicionalmente estable es igual al 73% de la del canal inherentemente estable, indicando una reducción del 27%.

## Conclusiones

Los resultados de este estudio conducen a las siguientes conclusiones:

- Para  $h > h_o$ , cuanto menor sea la elección de  $F_{ns}$ , menor será el ancho superior estable resultante.
- Para  $h > h_o$ , cuanto más grande sea la elección de  $R_o$ , menor será el ancho superior estable resultante.
- Dado  $F_{ns}$ , cuanto más grande sea la elección de  $R_o$ , más estrecha (angosta) será la sección del canal estable resultante.
- Dado  $R_o$ , cuanto menor sea la elección de  $F_{ns}$ , más estrecha será la sección del canal estable resultante.

Un ejemplo de diseño muestra que el canal condicionalmente estable con  $F_{ns} = 25$  es aproximadamente un 27% más estrecho que el canal inherentemente estable.

## Referencias

- Craya, A.** (1952). The criterion for the possibility of roll-wave formation. Gravity Waves, Circular 521, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 141-151.
- Lagrange, J.-L.** (1788). "Mémoire sur la Théorie du Mouvement des Fluides," Bulletin de la Classe des Sciences Academie Royal de Belique, No. 1783, pp. 151-198.
- Liggett, J. A.** (1975). Stable Channel Design, in Chapter 6: Stability, in Unsteady Flow in Open Channels, K. Mahmood y V. Yevjevich, editors, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado.
- Molina, J., J. Marangani, P. Ribstein, J. Bourges, J.-L. Guyot, y C. Dietz.** (1995). Olas pulsantes en ríos canalizados de la región de La Paz. Bull. Inst. fr. études andines, Vol. 24, No. 3, 403-414.
- Ponce, V. M., y P. J. Porras.** (1995). Effect of cross-sectional shape on free-surface instability. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 121, No. 4, April, 376-380.
- Powell, R. W.** (1948). Vedernikov's criterion for ultra-rapid flow. Transactions, American Geophysical Union, Vol. 29, No. 6, 882-886.
- Seddon, J. A.** (1900). River hydraulics. Transactions, ASCE, Vol. XLIII, 179-243, June.
- Spiegel, M. R., S. Lipschutz, y J. Liu.** (2013). Mathematical handbook of formulas and tables. Fourth Edition, Schaum's Outline Series. McGraw Hill, New York, p. 80.
- Vedernikov, V. V.** (1945). Conditions at the front of a translation wave disturbing a steady motion of a real fluid. Comptes Rendus (Doklady) de l' Académie des Sciences de l' U.R.S.S., Vol. 48, No. 4, 239-242.
- Vedernikov, V. V.** (1946). Characteristic features of a liquid flow in an open channel. Comptes Rendus (Doklady) de l' Académie des Sciences de l' U.R.S.S., Vol. 52, No. 3, 207-210.