

ECUACIONES PARA EL COEFICIENTE DE PÉRDIDA DE ENERGÍA EN DISPOSITIVOS DE AMPLIACIÓN DEL DIÁMETRO

José J. Villegas-León^{1,2}, Alvaro A. López-Lambraño^{1,2,3},
Alvaro López-Ramos⁴ y Carlos Fuentes⁵

¹Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Blvd Benito Juárez s/n, Mexicali, B.C., México, C.P. 21280.

²Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, Universidad Autónoma de Baja California, carretera transpeninsular Tijuana-Ensenada, número 3917, Colonia Playitas, Ensenada, B.C., México, C.P. 22860.

³Hidrus S.A de CV. Frac. San Mateo, Corregidora, Querétaro, 76912, México.

⁴Escuela de Ingenierías y Arquitectura, Facultad de ingeniería Civil, Universidad Pontificia Bolivariana-Seccional Montería, Km 8. Vía a Cereté, Montería, Córdoba, Colombia.

⁵Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnahuac 8532, Progreso, 62550 Jiutepec, Morelos, México.

E-mails: juan.villegas@uabc.edu.mx, alopezl@uabc.edu.mx, alopezramos@hotmail.com, cbfuentesr@gmail.com

Introducción

La importancia de la presente investigación radica en solventar la necesidad de agilizar la estimación del coeficiente de pérdidas de energía en la ampliación del diámetro, contemplando diversas metodologías existentes que demandan la utilización de gráficos y tablas, debido a la alta utilización de éste dispositivo en la construcción de las conducciones que operan a presión o bajo régimen forzado (Rend et al., 2013; Bae and Kim, 2014).

Investigaciones recientes como las realizadas por Pinho et al. (2003), Binding et al. (2006), Rend et al. (2013) y Bae and Kim (2014), indican la importancia que persiste de evaluar las pérdidas de energía que genera una ampliación del diámetro. Pese a diversas investigaciones reportadas en la literatura no se ha establecido un valor estándar del coeficiente de pérdidas (ξ) para utilizar en dispositivos de ampliación brusca o gradual del diámetro y generalmente, su valor es determinado bajo la exploración de gráficos y tablas con resultados experimentales.

Ante esta necesidad, el objeto principal de ésta investigación es la obtención de ecuaciones que permitan estimar un valor promedio del coeficiente ξ para dispositivos de ampliación brusca y gradual del diámetro, a partir de una selección de metodologías reportadas en la literatura para éste fin, y así determinar las pérdidas de energía de forma rápida, práctica e imparcial.

Pérdidas de energía locales

De acuerdo a la literatura especializada en el tema como Bariviera et al. (2013), Sabersky et al. (1999), Sotelo (2013), Streeter (2000), USACE (1980), USBR (1985), Yildirim and Singh (2010), entre otros, se estableció que el estudio de las pérdidas de energía en la ampliación del diámetro se clasifica en *ampliación brusca* y *ampliación gradual*, y sus pérdidas se determina con la siguiente expresión:

$$h_L = \xi \frac{V^2}{2g} \quad [1]$$

donde h_L es la pérdida de carga (m); V es la velocidad media de circulación en el conducto de menor diámetro (m/s); g es la aceleración de la gravedad (m/s²); ξ es un coeficiente de pérdidas del dispositivo (adimensional), que se obtiene mediante tablas y gráficos provenientes de resultados experimentales (Bae and Kim, 2014).

Estimación del coeficiente ξ

Para la estimación del coeficiente de pérdidas en la ampliación brusca, se seleccionaron los métodos que se establecen en

Archer (1913); Brater et al. (1996); CFE (1983); Fox et al. (2006); Miller (1978); Munson et al. (1998); Streeter (1961); Trueba (1986); y USACE (1980); en los cuales se emplean tablas y gráficos para obtener el coeficiente en función de la relación del área menor con respecto al área mayor del dispositivo (A_1/A_2). Mediante cada método se determinaron valores del coeficiente de pérdidas para una relación de A_1/A_2 de 0 a 1, con los cuales se obtuvieron valores promedio (ξ_{AB}). Utilizando los valores de ξ_{AB} se trabajó con regresión lineal múltiple, donde se seleccionó una curva de ajuste y su ecuación es la que se propone para estimar el coeficiente de pérdidas de éste dispositivo, la cual se escribe como sigue:

$$\xi_{AB} = 0.99906174 + 0.13856654 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{0.5} - 2.4035102 \left(\frac{A_1}{A_2}\right) + 1.6373483 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 0.37144824 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3 \quad [2]$$

dónde: ξ_{AB} es el coeficiente de pérdidas para una ampliación brusca del diámetro; A_1/A_2 es la relación del área menor con respecto al área ampliada. Esta ecuación puede utilizarse ampliamente con un coeficiente de determinación (r^2) de 0.999 sobre los valores promedio, para un rango de $0 \leq A_1/A_2 < 1$.

Por otra parte, para estimar el coeficiente de pérdidas de la ampliación gradual se seleccionaron y analizaron los métodos expuestos en Brater et al. (1996); CFE (1983); Gibson (1910); Henry (1944); King et al. (1981); Mataix (2010); Miller (1978); Parker (1925); Sabersky et al. (1999); Sotelo (2013); Streeter (2000); Trueba (1986); USACE (1980); y White (2008); con los que se trabajó de forma similar al dispositivo de condición brusca, hasta obtener una ecuación que determina el coeficiente de pérdidas de éstos dispositivos (ξ_{AG}).

Primeramente, se estimaron valores del coeficiente de pérdidas mediante las tablas y gráficos expuestos en cada uno de los métodos, considerando que la relación del diámetro mayor con respecto al menor (d_2/d_1) toma valores de 1 a 10 y se presenta un ángulo de ampliación (θ) de 5 a 90°. Con ello se procedió a obtener valores promedio para el caso donde la relación d_2/d_1 toma valores de 1 a 10 y la magnitud del ángulo de ampliación es de 5°, los cuales se clasificaron como ξ_{AG1} . De forma similar se obtuvieron valores promedio del coeficiente de pérdidas para la misma relación de diámetros, pero cuando el ángulo θ vale 10, 20, 30, 40, 60, 80 y 90°, mismos que se clasificaron como ξ_{AG2} , ξ_{AG3} , ξ_{AG4} , ξ_{AG5} , ξ_{AG6} , ξ_{AG7} y ξ_{AG8} , respectivamente.

Empleando el conjunto de valores de cada una de las 8 clasificaciones de ξ_{AG} , se procedió a trabajar mediante regresión lineal múltiple, donde se definió una sola curva de ajuste para los valores de las 8 clasificaciones, resultando una aproximación diferente para cada una de ellas. De forma general, la ecuación de dicha curva de ajuste se puede escribir

como:

$$\xi_{AG} = A + \frac{B}{(d_2/d_1)} + \frac{C}{(d_2/d_1)^2} + \frac{D}{(d_2/d_1)^3} \quad [3]$$

dónde: ξ_{AG} es el coeficiente de pérdidas para una ampliación gradual del diámetro (adimensional); A, B, C, D son coeficientes que varían en cada una de las clasificaciones de ξ_{AG} , porque dependen del ángulo de la ampliación θ . Debido a ello se trabajó también hasta obtener una ecuación para estimar cada coeficiente en función del ángulo θ . Al sustituir en la ecuación [3] las ecuaciones obtenidas para los coeficientes A, B, C y D , resulta la ecuación que se propone para estimar el coeficiente de pérdidas de dispositivos de ampliación gradual, la cual se escribe de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \xi_{AG} = & \alpha_1 + \beta_1\theta^{0.5} + \delta_1\theta + \eta_1\theta^2 + \lambda_1\theta^{2.5} \\ & + (\alpha_2 + \beta_2\theta^{0.5} + \delta_2\theta + \eta_2\theta^2 + \lambda_2\theta^{2.5})/(d_2/d_1) \\ & + (\alpha_3 + \beta_3\theta^{0.5} + \delta_3\theta + \eta_3\theta^2 + \lambda_3\theta^{2.5})/(d_2/d_1)^2 \\ & + (\alpha_4 + \beta_4\theta^{0.5} + \delta_4\theta + \eta_4\theta^2 + \lambda_4\theta^{2.5})/(d_2/d_1)^3 \quad [4] \end{aligned}$$

donde ξ_{AG} es el coeficiente de pérdidas de una ampliación gradual del diámetro; θ es ángulo de la ampliación (grados); d_2/d_1 es la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor del dispositivo; $\alpha_n, \beta_n, \delta_n, \eta_n$ y λ_n desde n_1^4 , son coeficientes cuyos valores se indican en la tabla 1. Esta ecuación es válida en los rangos $1 < d_2/d_1 \leq 10$ y $5^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, para obtener un coeficiente $r^2 = 0.997$ sobre los valores promedio.

Tabla 1.- Coeficientes de la ecuación [3].

n	1	2	3	4
α_n	1,31221530	-0,92042755	-1,91863640	1,51712240
β_n	-0,94719809	0,64549086	1,39516460	-1,08444060
δ_n	0,21212720	-0,12629261	-0,34315859	0,25534820
η_n	-0,00304461	0,00233113	0,00466959	-0,00392553
λ_n	0,00018315	-0,00015997	-0,00026776	0,00024268

Conclusiones

Se ha constatado que utilizando un método u otro sugerido en la literatura, se obtienen distintos valores del coeficiente K para la ampliación brusca y gradual del diámetro, y por consiguiente, diferentes cantidades de pérdidas de energía. En contraste, las ecuaciones [2] y [4] que se proponen para estimar el coeficiente de pérdidas en los dispositivos estudiados, resultaron ser efectivas aplicadas en la ecuación [1] para obtener las pérdidas de energía, generando valores promedio de las metodologías analizadas, con una determinación de 0.999 y 0.996, respectivamente. A diferencia de los métodos tradicionales, dichas ecuaciones evitan la exploración de gráficos y tablas para calcular el coeficiente de pérdidas de una ampliación brusca y de una ampliación gradual, introduciendo solo parámetros geométricos del dispositivo. Por lo tanto, estas ecuaciones pueden ser utilizadas con amplia fiabilidad para ahorrar tiempo en el diseño y modelación hidráulica de las conducciones forzadas, de forma segura, rápida y práctica.

Referencias

Archer, W.H. (1913). "Loss of Head Due to Enlargements in Pipes". *Transactions ASCE*, 76, 999-1026.

Bae, Y. and Y. Kim (2014). "Prediction of local loss coefficient for turbulent flow in axisymmetric sudden expansions with a chamfer: Effect of Reynolds number". *Journal Annals of Nuclear Energy*, 73, 33-38.

Bariviera, D., Frizzone, J.A. and N.O. Rettore (2013). "Dimensional analysis approach to estimate local head losses in microirrigation connectors". *Journal Irrigation Science* 32(3), 169-179.

Binding, D.M., Phillips, P.M. and T.N. Phillips (2006). "Contraction/expansion flows: The pressure drop and related issues". *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 137, 31-38.

Brater, E.F., King, H.W., Lindell, J.E. and C.Y. Wei (1996). *Handbook of Hydraulics*, 7th ed. Mc Graw-Hill, USA.

CFE (1983). *Conducciones a Presión, Tomo 2.3, Hidrotecnia*. Comisión Federal de Electricidad. Instituto de Investigaciones Eléctricas, Manual de Obras Civiles, D.F., México.

Fox, R.W., Pritchard, P.J. and A.T. McDonald (2006). *Introduction To Fluid Mechanics*, 6th ed. John Wiley & Son Inc., USA.

Miller, D.S. (1978). *Internal flow systems*. 2nd ed. BHRA (information services), UK.

Munson, B.R., Young, D.F. and T.H. Okiishi (1998). *Fundamentals of Fluid Mechanics*. 3rd ed. John Wiley & Son, New York, USA.

Pinho, F.T., Oliveira, P.J. and J.P. Miranda (2003). "Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion". *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24, 747-761.

Rend, R.R., Sparrow, E.M., Bettenhausen, D.W. and J.P. Abraham (2013). "Parasitic pressure losses in diffusers and in their downstream piping systems for fluid flow and heat transfer". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 61, 56-61.

Sabersky, R.H., Acosta, A.J. and E.G. Hauptmann (1999). *Fluid Flow, a first course in fluid mechanics*. 4th ed. Prentice-Hall, Inc., USA.

Sotelo, A.G. (2013). *Hidráulica General. Vol. 1*, LIMUSA, D.F., México.

Streeter, V.L. (1961). *Handbook of Fluid Dynamics*. McGraw-Hill, New York, USA.

Streeter, V.L., Wylie, E.B. and K.B. Bedford (2000). *Mecánica de fluidos*. 9th ed. Mc Graw-Hill Internacional SA, Bogotá, Colombia.

Trueba, C.S. (1986). *Hidráulica*. 23rd ed. Cia. Editorial Continental SA de CV., México

USACE (1980). *Engineering and Design, Hydraulic Design of Reservoir Outlet*. Department of the Army, Corps of Engineers, Washington, DC, USA.

USBR (1985). *Diseño de Presas Pequeñas*, 13th ed. United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Compañía Editorial Continental, SA de CV, D.F., México.

Yildirim, G. and V.P. Singh (2010). "A MathCAD procedure for commercial pipeline hydraulic design considering local energy losses". *Journal Advances in Engineering Software*, 41, 489-496.