

CAMBIO CLIMÁTICO: ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LA TEMPERATURA EMPLEANDO LA TRANSFORMADA DE LEGENDRE

Alvaro López-Lambrano^{1,2}, Carlos Fuentes³, Alvaro López-Ramos⁴ y Mariangela Lopez-L.⁵

¹Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, Universidad Autónoma de Baja California. Km. 103 carretera Tijuana – Ensenada, C.P. 22860, Ensenada, Baja California, México.

²Hidrux S.A de CV. www.hidrux.com

³Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnahuac 8532, Progreso, 62550 Jiutepec, Morelos, México.

⁴Escuela de Ingenierías y Arquitectura. Facultad de Ingeniería Civil. Universidad Pontificia Bolivariana. Montería, km 8 vía a Cereté, Córdoba, Colombia.

⁵Universidad del Norte, Km.5 Vía Puerto Colombia, Barranquilla, Colombia.

E-mail: altoti@gmail.com, cbfuentesr@gmail.com, alopezramos@hotmail.com, mlambrano@uninorte.edu.com

Introducción

La temperatura exhibe una alta variabilidad tanto en el tiempo como en el espacio. La mayor parte de los estudios se han orientado hacia el entendimiento de todos los mecanismos físicos que intervienen en la temperatura y a la incorporación de su dinámica en los modelos estocásticos de temperatura; por lo tanto, la alta variabilidad de la temperatura ha inducido al estudio de sus diferentes escalas de forma independiente, lo que desemboca en un uso restringido de los citados modelos. Sin embargo, la mezcla de escalas es frecuente en hidrología, donde suele trabajarse con datos pertenecientes a pequeñas escalas temporales para obtener estimaciones correspondientes a escalas temporales más elevadas. La teoría de los fractales, y su posterior evolución hacia la teoría de los multifractales, estudia matemáticamente esta invarianza de escala, y se utiliza para describir fenómenos muy complejos con simples leyes potenciales caracterizadas por sus exponentes. Los multifractales describen procesos para los que se necesitan múltiples exponentes de escala. La multifractalidad como teoría para completar la descripción de las series temporales de variables hidrológicas, ha sido una teoría ampliamente estudiada en las últimas décadas (e.g. Schertzer y Lovejoy, 1987; Ladoy et al., 1993; Fraedrich y Larnder, 1993; de Lima y Grasman, 1999; Kiely e Ivanova, 1999; Kantelhardt et al., 2006).

Este trabajo tiene como principal objetivo el análisis de la estructura en diferentes escalas de tiempo de la temperatura, utilizando la transformada de Legendre para así obtener las medidas multifractales de la variable en estudio.

Teoría

El formalismo multifractal usa la transformada de Legendre para relacionar el exponente de escala $\tau(q)$ con el espectro multifractal. Suponiendo que $\tau(q)$ es una función de concavidad negativa, la transformada de Legendre de la función $-\tau(q)$ es:

$$\inf\{-\tau(q) + q\alpha\} \quad [1]$$

Y se puede establecer que

$$d(\alpha) = \inf_{q \in R}\{-\tau(q) + q\alpha\} \quad [2]$$

Dado que, derivando $-\tau(q) + q\alpha$, se tiene que el mínimo se alcanza en un único q y esto sucede cuando

$$\alpha = \tau'(q) \quad [3]$$

Así mismo, se estima

$$d(\alpha) = q(\alpha) - \tau(q) \quad [4]$$

Donde α es la intensidad de la singularidad o el exponente de Hölder y $d(\alpha)$ es el espectro multifractal.

Materiales y métodos

Se utilizan para el análisis los datos de temperatura anual, mensual y diaria registrados en la estación Maneadero, dicha estación se encuentra ubicada en el estado de Baja California – México, entre la longitud -116.57 y latitud 31.696.

En este trabajo se aplica el método Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MFDFA) a una serie de temperatura de 50 años de registro. El método MFDFA involucra la transformada de Legendre [4] para la obtención del espectro multifractal de la medida. Este método aplica para el caso de medidas μ de Borel no negativas, singulares y de soporte acotado. Esto incluye el caso de aquellas cuyo soporte es un conjunto de Cantor generalizado. En estos casos, se puede definir una función de partición cuya naturaleza depende del método, y a partir de ella, construir el correspondiente formalismo multifractal que permite analizar la regularidad Hölder de funciones que integran dichas medidas. La estructura que se utiliza para el análisis, plantea que los datos de temperatura x_i se definen como una secuencia de cantidades no nulas, y su longitud es representada desde el inicio hasta el momento en que finaliza la observación de la temperatura. Finalmente a partir de las ecuaciones [1-4] se desarrolla el formalismo multifractal que permite obtener los espectros de singularidades de la temperatura.

Resultados y discusiones

Empleando la transformada de Legendre se obtiene el espectro de singularidades para comprobar la naturaleza multifractal de las series temporales de temperatura. Para ello, se define el momento estadístico “ q ”, el cual fijamos entre (-10, 10). A partir del formalismo planteado en las ecuaciones [1-3] se puede determinar el exponente de Hurst generalizado para valores de q , en este caso entre -10 y 10; posteriormente se obtiene la función de escalado de momentos $\tau(q)$, en donde se observa un comportamiento multifractal de la serie en estudio por la fuerte dependencia del exponente generalizado q y $\tau(q)$. Ver figura 1.

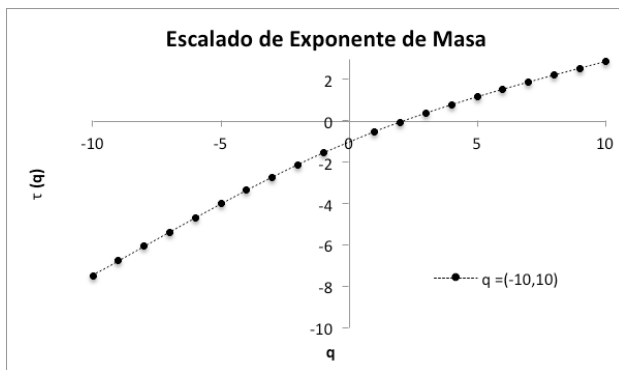


Figura 1.- Función $\tau(q)$ para $q = 10$.

A partir de la función anterior y aplicando la ecuación [4] correspondiente a la transformada de Legendre, se genera el espectro multifractal de la precipitación. Ver figura 2.

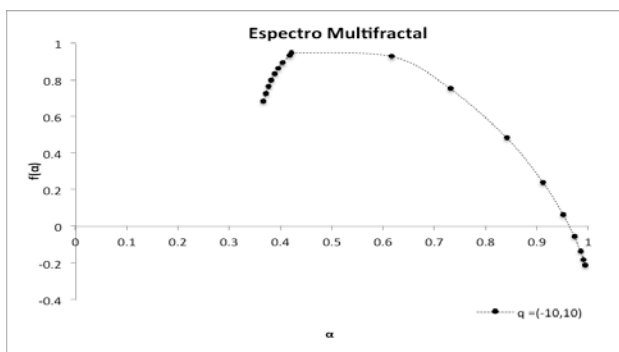


Figura 2.- Espectro multifractal de la temperatura.

El espectro multifractal presentado en la figura 2 representa una función cóncava, las diferentes partes de la estructura están caracterizadas por diferentes valores de (α), lo que lleva a la existencia del espectro multifractal $f(\alpha)$. También es importante mencionar que el ancho correspondiente a cada espectro nos proporciona información sobre la variabilidad de la variable en estudio.

Conclusiones

A partir de la transformada de Legendre, fue posible el análisis estructural de la temperatura, mediante la obtención del espectro de singularidades de la temperatura. Con respecto al análisis multifractal se ha mostrado como una herramienta adecuada y eficiente para caracterizar las series de temperatura. Los espectros multifractales obtenidos en la estación climatológica Maneadero son asimétricos, presentando ramas derechas más largas en la mayoría de los casos, lo que indica una alta heterogeneidad de las variable en estudio.

Referencias

- de Lima MIP, Grasman J. (1999). "Multifractal analysis of 15-min and daily rainfall from a semi-arid region in Portugal". *Journal of Hydrology*, 220: 1-11.
- Fraedrich K, Larnder C. (1993). "Scaling regimes of composite rainfall time series". *Tellus Series A-Dynamic Meteorology and Oceanography*, 45A: 289-298.
- Kantelhardt JW, Koscielny-Bunde E, Rybski D, Braun P, Bunde A, Havlin S. (2006). "Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records". *Journal of geophysical research-atmospheres*, 111 (D1): Art. No. D01106.

Kiely G, Ivanova K. (1999). "Multifractal analysis of hourly precipitation". *Physics and Chemistry of the Earth Part B-Hydrology Oceans and Atmosphere*, 24: 781-786.

Ladoy P, Schmitt F, Schertzer D, Lovejoy S. (1993). "The multifractal temporal variability of Nimes rainfall data". *Comptes Rendus del Academie des Sciences Serie, II* 317(6): 775-782

Schertzer D, Lovejoy S. (1987). "Physical modelling and analysis of rain and clouds by anisotropic scaling multiplicative processes". *Journal of Geophysical Research Atmospheres* 92: 9693-9714.