

# SIMULACIÓN NUMÉRICA DE FLUJOS FLUIDO-PARTÍCULA USANDO UN MODELO DE MEZCLA

Mariana Mendina y Gabriel Usera

IMFIA, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay  
E-mail: mmendina@fing.edu.uy

## Introducción

El transporte de partículas en el seno de un fluido representa un complejo desafío dentro de la dinámica de fluidos, que comprende un amplio espectro de aplicaciones: emisiones industriales, transporte de sedimentos en una corriente de agua, erosión del suelo entorno a estructuras, deposición de partículas en compartimientos ventilados, la explotación y operación de minas a cielo abierto etc. La dificultad del abordaje se centra en dos causas principales: la complejidad de la interacción entre partículas y fluidos causada por la dinámica de retroalimentación entre las dos fases; y el amplio espectro de escalas involucradas en los diferentes casos de estudio.

En este trabajo se presenta un módulo de arrastre de partículas inmersas en un fluido que se incorpora a un modelo CFD, donde el sistema fluido-partículas es considerado como un cuerpo pseudo-continuo de una sola fase, analizando el movimiento de las partículas en su conjunto e incorporando su efecto por medio de una viscosidad efectiva.

Finalmente se presentan resultados de la simulación numérica de un sedimentador de arena y resultados preliminares de la erosión generada sobre un lecho de arena por un chorro plano sumergido que incide verticalmente sobre el mismo.

## Modelo numérico

El CFD utilizado es el *caffa3d.MBRi*, modelo de uso libre y código abierto que implementa el método de volúmenes finitos en mallas curvilíneas estructuradas por bloques, para flujos incompresibles viscosos o turbulentos, mediante el método SIMPLE de acople velocidad - presión, he incorpora estrategias de paralelización masiva en memoria distribuida mediante las librerías MPI (Usera et al, 2008; Mendina et al, 2014).

La presencia de partículas en el fluido es tomada en cuenta por medio de una viscosidad efectiva, que considera un comportamiento Newtoniano en regiones con suspensiones diluidas mientras que para mayores concentraciones se utiliza una superposición del modelo Newtoniano y el modelo de Bingham, incluyendo de esta manera la influencia de las tensiones de corte. Este modelo ha sido presentado y validado previamente (Lalli et al, 2005; Lalli et al, 2006; Gorb et al, 2014).

Para el cálculo de las tensiones adicionales  $\tau_{ij}^p$  se considera la ecuación constitutiva de un fluido viscoso Newtoniano:

$$\tau_{ij}^p = 2\mu S_{ij} \quad [1]$$

Donde  $S_{ij}$  representa las componentes del tensor deformación y  $\mu$  la viscosidad dinámica efectiva que considera el efecto de las partículas en la mezcla.

$$\mu = \mu_f \left( 1 + \frac{\frac{3}{2}\chi}{1 - \frac{\chi}{\chi_M}} \right)^2 ; \quad \text{si } \chi < \chi_m \quad [2a]$$

$$\mu = \mu_f \left( 1 + \frac{\frac{3}{2}\chi_m}{1 - \frac{\chi_m}{\chi_M}} \right)^2 + \frac{1}{2}\tau_o \left( \frac{1}{2}SS + \epsilon \right)^{\frac{1}{2}} ; \quad \text{si } \chi_m < \chi < \chi_M \quad [2b]$$

Siendo  $\chi$  la fracción volumétrica de partículas,  $\mu_f$  la viscosidad

dinámica del fluido,  $\chi_m$  un valor umbral a partir del cual se considera el comportamiento no Newtoniano y  $\chi_M$  el máximo valor posible para la fracción volumétrica de partículas.

La reología de la suspensión de un fluido de Bingham es representada por el parámetro  $\tau_o$  y  $\epsilon$  un parámetro que se agrega para des-singularizar la ecuación y controlar la magnitud de la viscosidad, de manera que el límite cuando  $\epsilon \rightarrow 0$  es el material visco elástico.

$$\tau_o = \frac{\chi - \chi_m}{\chi_M - \chi_m} \tan \varphi (\rho_p - \rho_f) g \int_{x_2}^{x_2^*} \chi dx_2' \quad [3]$$

Siendo  $\varphi$  el ángulo de fricción interna del material,  $\rho_p$  y  $\rho_f$  la densidad de partículas y fluido respectivamente,  $g$  la aceleración gravitatoria y  $x_2^*$  la altura de un punto arbitrario en donde el valor de  $\chi$  es nulo.

Las ecuaciones del modelo de mezcla (Navier-Stokes generalizada, continuidad y continuidad para la fracción de volumen) se discretizan usando un esquema implícito de alta resolución (Ungarish, 1993; Usera et al, 2008). La ecuación de continuidad para la fracción volumétrica de partículas está dada por la expresión [4]:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \nabla \cdot (v^p \chi) = 0 \quad [4]$$

Donde  $v^p$  es la velocidad de las partículas, determinada por la siguiente expresión (Lalli et al, 2005):

$$\left. \begin{aligned} v_i^p &= v_i + w_i - \eta \frac{\partial \chi}{\partial x_i} \quad [5] \\ w_i &= \tilde{w}_i + \hat{w}_i \\ \tilde{w}_i &= \frac{(1-\chi)^2}{(1+\Theta\chi)} \frac{2\rho_f r_p^2}{9\mu} \Theta g_i ; \quad \Theta = \frac{\rho_p}{\rho_f} - 1 \\ \hat{w}_i &= -\frac{r_p^2}{\mu} \frac{3}{5} \chi \frac{\partial(\mu S_{ii}^{1/2})}{\partial x_i} ; \quad S_{ii} = \frac{1}{2} SS \\ \eta &= S_{ii}^{1/2} r_p^2 \frac{\chi}{3} \left( 1 + \frac{e^{0.8\chi}}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad [6]$$

Se observa que se considera aquí el efecto convectivo por medio de la velocidad de la mezcla promedio en la masa ( $v_i$ ), la sedimentación de partículas y su resuspensión viscosa ( $w_i$ ) y la difusión por medio del coeficiente de difusión  $\eta$ .

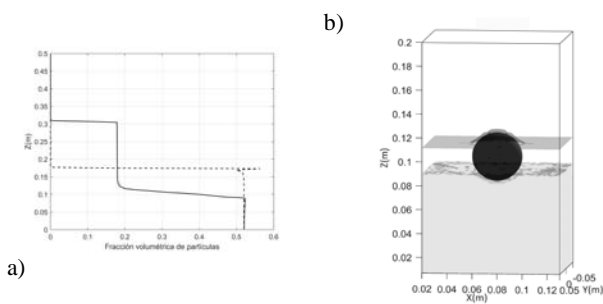
Para el cálculo de la velocidad de sedimentación  $\tilde{w}$  se admiten partículas esféricas bajo el régimen de Stokes [6]. En este trabajo, se propone ampliar dicha expresión a aquellos casos donde Stokes pierde validez, introduciendo el coeficiente de Drag  $C_D$  en el cálculo de esta velocidad [7] (Rouse, 1938):

$$\tilde{w} = \frac{(1-\chi)^2}{(1+\Theta\chi)} \sqrt{\frac{8}{3} \Theta r_p^2 |\tilde{g}| \frac{1}{C_D} \frac{\tilde{g}}{|\tilde{g}|}} \quad [7]$$

La parametrización de la turbulencia es realizada con un esquema LES (simulación de grandes vórtices de Smagorinsky), con lo cual la viscosidad total considerada en [1] sumará el término de la viscosidad subgrilla al cálculo expresado en [2].

## Resultados

Para la validación del modelo se reprodujo numéricamente un experimento realizado por Cuthbertson et al (2016). El caso representa la sedimentación de partículas de arena y arcilla en una cuba prismática partiendo de una concentración homogénea de la mezcla. En el experimento numérico se reprodujo la sedimentación de la fracción de arena considerando tiempos en los que la arcilla permanece en suspensión, utilizando por tanto un fluido con las mismas características de las de la mezcla agua-arcilla del experimento. En la figura 1a se observa el perfil final de  $\chi$ , observándose resultados acordes al experimento antes de observarse la sedimentación de la arcilla. Posteriormente se estudió el mismo proceso incorporando dentro del recipiente una esfera rígida, mediante la utilización del método de condiciones de borde inmersas. En la figura 1b se puede ver que sobre la esfera se genera un depósito de material durante el proceso de sedimentación (el perfil de  $\chi$  puede verse en la figura 1a). Este depósito presenta un ángulo final de cizalla algo menor que el del reposo interno del material ( $30^\circ$ ), compatible con lo propuesto por Statham (1974).



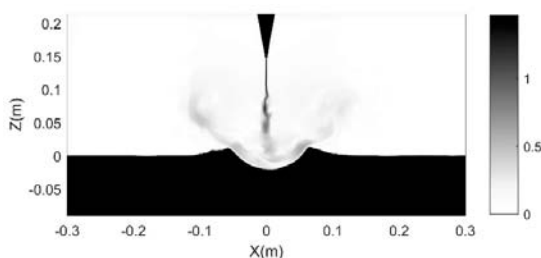
**Figura 1.-** Sedimentador de arena. a) Perfiles de  $\chi$  en la configuración final (línea punteada) y en el instante de b); b) Sedimentación en presencia de una esfera rígida, se indica la isosuperficie  $\chi_m=0.52$  y la isosuperficie  $\chi=0.2$  (plano gris superior).

Finalmente se muestran resultados preliminares de la simulación numérica de un chorro plano sumergido que impacta verticalmente sobre un lecho de arena. En esta simulación se reprodujo el experimento realizado en Qian (2010), conservando el valor del parámetro de Erosión  $Ec = 0.18$  ([8])

$$Ec = \frac{U_o \left(\frac{d}{h}\right)}{\sqrt{gD(\rho_s - \rho_f)/\rho_f}} \quad [8]$$

Donde  $U_o$  es la velocidad del jet a la salida de la tobera (figura 2),  $d$  el diámetro de salida de la tobera,  $h$  la distancia de impacto y  $D$  el diámetro medio de las partículas.

En la simulación el chorro ingresa por una tobera, al igual que en el experimento, que es considerada por medio del método de condiciones de borde inmersa (figura 2). Se considera un lecho inicial horizontal con un valor de  $\chi = 0.55$ . Se observa que los resultados cualitativos son similares a los presentados en el experimento, aunque la fosa aquí reproducida es algo más ancha que la original.



**Figura 2.-** Módulo del campo de velocidades y fosa erosionada sobre un lecho de arena (negro sólido inferior;  $\chi > 0.52$ ) causada por un chorro sumergido plano que impacta verticalmente.  $\chi_m=0.52$ ;  $\chi_M=0.65$ .

## Conclusiones

Se presentó un modelo numérico con la capacidad de simular el flujo de partículas inmersas en un fluido. El esquema elegido (Lalli et al, 2005) para representar la dispersión de partículas en el fluido consiste en un método euleriano que considera el sistema fluido-partículas como un cuerpo pseudo-continuo de una sola fase, analizando el movimiento de las partículas en su conjunto e incorporando su efecto por medio de una viscosidad efectiva que depende de las características locales de la fracción volumétrica de partículas en la mezcla. En este trabajo se extendió el modelo para ser utilizado con volúmenes finitos, mallas multi-bloque, paralelismo y utilizando un método de integración implícito. Se propone además una modificación del cálculo de la velocidad de sedimentación de partículas, extendiendo su aplicación a situaciones que se encuentren fuera del régimen de Stokes.

Se realizó la validación del modelo utilizando experimentos realizados previamente por otros autores, mostrando una buena performance del modelo. En el caso del sedimentador de arena los resultados son similares a los del experimento y el análisis de sensibilidad de malla realizado permite verificar independencia de la solución respecto de la malla, lo que junto a la probada consistencia y estabilidad del método numérico permite cierto grado de confianza respecto de los resultados obtenidos. Los resultados preliminares de la fosa generada por un chorro sumergido son auspiciosos. En este caso se observa una concordancia cualitativa con el experimento de laboratorio, sin embargo, si bien los resultados cuantitativos son aceptables resta ajustar algunos parámetros numéricos y analizar la sensibilidad de la malla utilizada para lograr resultados cuantitativos mejores.

El modelo *caffa3d.MBRi* está en migración hacia plataformas híbridas que incorporen GPUs para el cálculo, dando origen al modelo CFD-CHAMAN. Pruebas preliminares muestran una mejora en la velocidad de al menos 30x, lo que potenciaría su utilización en un futuro cercano.

## Referencias

- Cuthbertson A. J. S., O. Ibikunle1, W. J. Mc Carter and G. Starrs (2016): "Monitoring and characterisation of sand-mud sedimentation processes". *Ocean Dynamics*, 66, 867–891
- Gorb Y., O. Mierk, L. Rivkind, D. Kuzminb (2014): "Finite element simulation of three-dimensional particulate flows using mixture models". *J. of Comp. and Applied Math.*, 270, 443–450
- Lalli F., Esposito P. G., Piscopia R. y Verzicco R (2005): "Fluid-particle flow simulation by averaged continuous model." *Computers and Fluids*, 34: 1040-1061
- Lalli F., P. G. Esposito, R. Verzicco (2006): "A constitutive equation for fluid-particle flow simulation", *Int. J. Offshore Polar Eng.*, 16, 18-24.
- Mendina, M., Draper, M., Kelm Soares, A.P., Narancio, G., Usera, G. (2014): "A general purpose parallel block structured open source incompressible flow solver". *Cluster Computing*, 17(2):231-241.
- Qian Z., H. ZiaoQuing, H. WenXin y X. WanYun, (2010): "Numerical simulation of sediment erosion by submerged jets using an Eulerian model". *Science China, Technological Sciences*, 53 (12):3324-3330.
- Statham, I., (1974): The relationship of porosity and angle of repose to mixture proportions in assemblages of different sized material. *Sedimentology*, 21, 149-162.
- Usera, G., A. Vernet, and J. A. Ferré (2008): "A parallel block-structured finite volume method for fows in complex geometry with sliding interfaces". *Flow, Turb. and Comb.*, 81(3):471-495.
- Ungarish M. (1993): *Hydrodynamics of suspensions – fundamentals of centrifugal and gravity separation*. Springer-Verlag.
- Rouse H. (1938): *Fluid Mechanics for Hydraulic*. Mc Graw-Hill.