

IDENTIFICACIÓN DE SECTORES HIDRÁULICOS EN REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POTABLE UTILIZANDO CRITERIOS HIDRÁULICOS Y FRACTALIDAD

Kevin Vargas¹ y Juan Saldarriaga²

¹ Investigador, Centro de investigaciones en Acueductos y Alcantarillados (CIACUA) Universidad de los Andes.

² Profesor Titular, Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad de los Andes.
E-mail: ka.vargas2130@uniandes.edu.co, jsaldarr@uniandes.edu.co

Introducción

La gran mayoría de redes de distribución de agua potable (RDAPs) presentan un comportamiento fractal (Diao, Butler, & Ulanicki, 2017). La dimensión topológica (D_T) o dimensión “intuitiva” de cualquier objeto, arreglo o sistema fractal siempre es un entero (punto: $D_T = 0$, curva: $D_T = 1$, superficie: $D_T = 2$, etc.) mientras que su dimensión fractal puede ser un número decimal (fraccional). (Mandelbrot, 1982).

Una de las aplicaciones de las propiedades fractales en RDAPs es el análisis de la criticalidad de las tuberías a diferentes escalas (Diao, Butler, & Ulanicki, 2017). En este último, la criticalidad de una tubería fue definida como el porcentaje de agua que se dejaba de entregar como resultado del cierre de esta. De manera similar, la criticalidad de una caja o sector se definió como el porcentaje de agua que se dejaba de entregar como resultado del aislamiento total de dicho sector (cierre de todas las tuberías de interconexión entre el sector y el resto de la red). Di Nardo, et al. (2017) utilizaron la fractalidad en RDAPs para evaluar la resiliencia de las redes ante la falla de sus tuberías. Otra aplicación de interés podría ser la identificación de posibles divisiones en las RDAPs con el fin de sectorizar.

En el presente estudio se propuso el uso del algoritmo de “box-covering” utilizado en el cálculo de la dimensión fractal, calculando el peso de cada unión mediante el uso de la hidráulica de las RDAPs, para identificar posibles sectores hidráulicos. La división de las RDAPs obtenida como resultado fue evaluada mediante el índice de modularidad (Q). Cuando la división resultante no es mucho mejor que una simple división aleatoria, este índice tiende a cero, mientras que entre más independiente sean los sectores entre sí (existan menos interconexiones entre ellos) y entre mayor sea la densidad de tuberías por nudo en cada sector, este índice se acerca más a uno (Zhu, Wang, Ma, Pan, & Ding, 2008). Una modularidad se puede considerar alta cuando $Q > 0.3$ (Diao, y otros, 2014).

Metodología

Una red se considera fractal si existe una relación potencial entre el número de grupos o “cajas” (N_B) necesarias para cubrir todas las uniones de la red, y el tamaño de cada caja en términos de uniones (l_B) (Diao, Butler, & Ulanicki, 2017). Es decir, una red es fractal si para todos los l_B posibles se obtienen valores de N_B de tal forma que se cumpla la Ecuación 1.

$$N_B = K_0 l_B^{-d_B} \quad [1]$$

donde K_0 es el número de cajas para un l_B de 1 (es decir, el número total de uniones de la red) y d_B es el factor de escala que especifica qué tanto cambian las características en la red con respecto a la escala a la cual es analizada. Este último se conoce como la dimensión fractal de la red. Si se toma el logaritmo en base 10 a cada lado, la Ecuación 1 se puede escribir como la Ecuación 2.

$$\text{Log}(N_B) = -d_B \text{Log}(l_B) + \text{Log}(K_0) \quad [2]$$

En otras palabras, una red se considera fractal si existe una relación lineal entre $\text{Log}(N_B)$ y $\text{Log}(l_B)$ para todos los posibles l_B . Al realizar el ajuste lineal a los datos obtenidos, si el R^2 es lo suficientemente alto, la red se considera fractal y la dimensión fractal es el valor absoluto de la pendiente de dicho ajuste.

El procedimiento seguido para escoger las cajas para cada tamaño de caja y posteriormente calcular la dimensión fractal, fue el mismo que el procedimiento descrito por Song et al. (2007). Este se resume en el diagrama de flujo de la Figura 1.

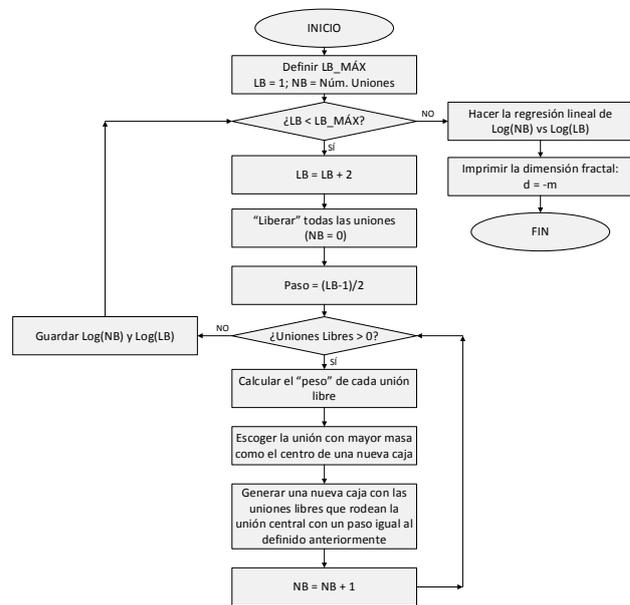


Figura 1.- Diagrama de flujo del algoritmo para el cálculo de la dimensión fractal en redes.

El algoritmo para generar las cajas o sectores con un determinado tamaño de acuerdo con el peso de las uniones es conocido como “box-covering”. Para este estudio, con el fin de incluir criterios hidráulicos en la generación de estos posibles sectores, se propusieron dos formas alternativas de asignarle el peso individual a cada unión.

El primer criterio (Ecuación 3) consiste en la sumatoria de todos los caudales que le entran a la unión (criterio sumQ).

$$w_i = \sum Q_{ji} \quad [3]$$

El segundo criterio (Ecuación 4) es igual al anterior multiplicado por la altura de la línea de gradiente hidráulico (LGH) en esa unión (criterio LGH*sumQ).

$$w_i = LGH_i * \sum Q_{ji} \quad [4]$$

Al criterio original se le dio el nombre de “criterio topológico” ($w_i = 1$) ya que únicamente tenía en cuenta la topología de la red. Para todos los casos, la RDAP se considera fractal si el R^2 del ajuste resulta mayor a 0.95.

Las redes estudiadas en este trabajo fueron Cazucá y Exnet (Figura 2). Una vez se determinó que ambas redes eran fractales ($R^2 > 0.95$), se procedió a generar los posibles sectores hidráulicos con cada criterio para diferentes tamaños de caja (l_B). Para evaluar la calidad de la división de cada RDAP, se calculó la modularidad (Q) de cada una con cada criterio y para todos los tamaños seleccionados.

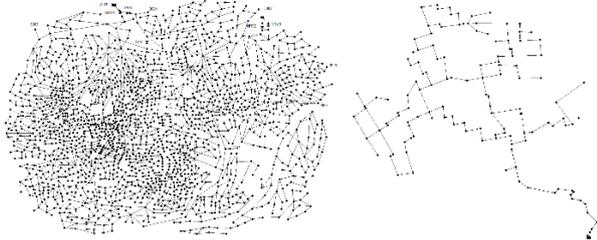


Figura 2.- Casos de estudio: Exnet (izquierda) y Cazucá (derecha).

La modularidad de las RDAP se calculó con la Ecuación 5.

$$Q = \sum_i (e_{ii} - a_i^2) \quad [5]$$

donde e_{ii} es la fracción de conexiones (tuberías, bombas, etc.) que tienen ambos extremos dentro del sector i y a_i es la fracción de conexiones que tienen por lo menos un extremo dentro del sector i .

El mejor resultado obtenido para cada red se comparó con la división obtenida mediante el algoritmo de “community detection”. Este parte de todas las uniones como sectores individuales que luego se van uniendo de acuerdo con el máximo incremento en la modularidad dado por la Ecuación 6 (Diao, y otros, 2014).

$$\Delta Q_{ij} = 2(e_{ij} - a_i a_j) \quad [6]$$

donde e_{ij} es la fracción de conexiones que unen el sector i con el sector j . El algoritmo se detiene cuando $\Delta Q_{ij} < 0$ para todas las posibles combinaciones entre sectores. Con esto se buscó obtener la división que maximizara la modularidad.

Para determinar la criticalidad de las tuberías y sectores obtenidos con cada método, se utilizó el caudal transportado por cada tubería sobre el caudal máximo entre todas las tuberías de la red ($Q/Q_{m\acute{a}x}$) y lo mismo con potencia específica ($P/P_{m\acute{a}x}$). Esta última está definida por la Ecuación 7.

$$P_{ij} = Q_{ij} |LGH_i - LGH_j| \quad [7]$$

donde Q_{ij} es el caudal y LGH_i es la altura de la línea de gradiente hidráulico en la unión i .

También se evaluó la criticalidad como el cambio horario promedio en la población total servida debido a la falla de cada tubería (cierre de la tubería), definido como “Pop”, con el fin de comparar los resultados obtenidos con los de Diao, et al. (2017).

Resultados

En general, se encontró que para la mayoría de tamaños l_B en las dos redes estudiadas, la modularidad fue mayor a utilizar el algoritmo de box-covering calculando el peso de las uniones con criterios hidráulicos en vez de solo la topología de la red. En ambos casos de estudio, se logró obtener una modularidad mayor a 0.3 para algunos tamaños l_B . Los sectores escogidos mediante el algoritmo de box-covering utilizando los criterios hidráulicos mencionados anteriormente con la mayor modularidad fueron similares a los sectores finales obtenidos mediante el algoritmo de community detection.

En cuanto a la criticalidad, se encontró que utilizando criterios hidráulicos se pudieron obtener resultados similares a los de Diao, et al. (2017) para la red de Exnet. Aun utilizando criterios

hidráulicos diferentes al Pop, como simplemente el caudal que pasa por cada tubería sobre el máximo (Figura 3), se pudo observar el mismo patrón a diferentes escalas, lo cual demuestra igualmente el comportamiento fractal de las RDAPs estudiadas.

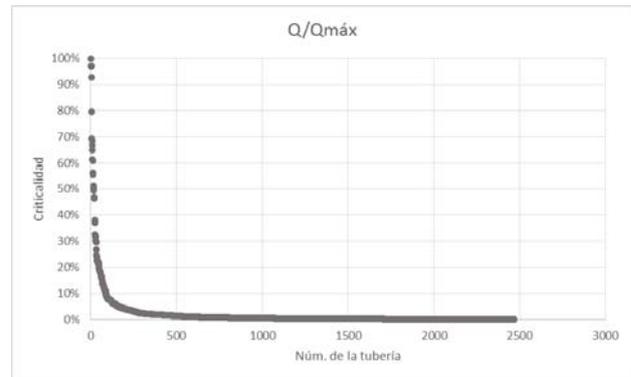


Figura 3.- Criticalidad de las tuberías de la red Exnet (en orden descendente) utilizando el criterio $Q/Q_{m\acute{a}x}$.

Conclusiones

Las dos RDAPs estudiadas en este trabajo se pueden considerar fractales ya que $R^2 > 0.95$ en ambas con cualquiera de los tres criterios para calcular el peso de las uniones.

La modularidad de las RDAPs obtenida con los sectores escogidos mediante el algoritmo de box-covering (utilizado para la determinación de la dimensión fractal) fue mayor a 0.3 en algunos casos, por lo que se puede concluir que podría ser una opción viable para determinar posibles sectores hidráulicos en las redes estudiadas.

Con el algoritmo de box-covering se puede llegar a una división en sectores similar a la encontrada con el algoritmo de community detection y con modularidades cercanas utilizando los criterios hidráulicos propuestos para el cálculo del peso de las uniones para las dos RDAPs estudiadas.

En general, con el método de box-covering, la división de la red en sectores resultó en mayores valores de Q utilizando criterios hidráulicos que con solo la topología al calcular el peso de cada unión para ambas RDAPs estudiadas.

La criticalidad de las tuberías y de los sectores encontrados se comporta de forma similar con todos los criterios, lo cual muestra el comportamiento fractal de las RDAPs estudiadas.

Referencias

- Di Nardo, A., Di Natale, M., Giudicianni, C., Greco, R., & Santonastaso, G. F. (2017). Complex network and fractal theory for the assessment of water distribution network resilience to pipe failures. *Water Science & Technology: Water Supply*, 1-11.
- Diao, K., Butler, D., & Ulanicki, B. (2017). Fractality in Water Distribution Networks. *CCWI 2017 - Computing and Control for the Water Industry*.
- Diao, K., Farmani, R., Fu, G., Astaraie-Imani, M., Ward, S., & Butler, D. (2014). Clustering analysis of water distribution systems: identifying critical components and community impacts. *Water Science & Technology*, 1764-1773.
- Mandelbrot, B. B. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman and Co.
- Song C., G. L., Halvin, S., & Makse, H. A. (2007). How to calculate the fractal dimension of a complex network: the box covering algorithm. *J. Stat. Mech.*
- Zhu, Z., Wang, C., Ma, L., Pan, Y., & Ding, Z. (2008). Scalable Community Discovery of Large Networks. *The Ninth International Conference on Web-Age Information Management*, 381-388.