

IMPLEMENTACIÓN DEL FILTRO KALMAN (KF) Y (EKF) PARA EL PRONÓSTICO DE CAUDALES HORARIOS EN UN TRAMO DEL RÍO MAGDALENA - COLOMBIA

Cristian Augusto Villanueva Núñez¹, Guillermo Hernández Torres², Nelson Obregón Neira³

¹Universidad Nacional de Colombia, Colombia. Ingeniero Civil, Candidato a Magíster en Ingeniería-Recursos Hidráulicos.

²Universidad Católica de Colombia, Colombia. Ingeniero Agrícola, Magíster en Ingeniería-Recursos Hidráulicos

³Pontificia Universidad Javeriana, Colombia. Ingeniero Civil, MSc, PhD.

E-mail: cavillanueva@unal.edu.co, gherandez@ucatolica.edu.co.co, nobregon@javeriana.edu.co

Resumen

El trabajo presenta una implementación del Filtro Kalman Lineal (*Kalman Filter*, KF) (Kalman, 1960), y no lineal (*Extended Kalman Filter*, EKF) (Julier & Uhlmann, 1997) para el pronóstico de caudales horarios sobre un tramo del Río Magdalena en Colombia, comprendido entre los departamentos de Antioquia y Santander. La información limnigráfica fue suministrada por el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM) para eventos comprendidos entre los años 2008–2009.

Durante la conceptualización matemática se plantearon los modelos de tránsito de crecientes agregados de Muskingum Lineal (McCarthy, 1940) y Muskingum no Lineal (Singh & Scarlatos, 1987) así como el modelo de Embalse Lineal (Piscina Nivelada). La función objetivo de Nash, (Nash & Sutcliffe, 1970) resultó adecuada para el proceso de calibración de los parámetros la cual se realizó utilizando la metodología Monte Carlo con la herramienta computacional de análisis MCAT-v.2, (Wagener and Lees, 2001).

Mediante el uso de un modelo auto regresivo de primer orden (AR1) se pronosticó los caudales de los ríos afluentes en el tramo de estudio debido a que la conformación matemática del modelo de tránsito aplica el principio básico de conservación de la masa. Con el modelo calibrado y con las entradas definidas para cada uno de los sub-tramos (embalses), se desarrolló el acople final con los filtros KF y EKF para la etapa de validación y simulación de eventos.

La implementación y acople del modelo lineal y no lineal de tránsito de crecientes con la estructura matemática del filtro KF y EKF, resulta ser el aporte más significativo del estudio. Los resultados muestran un ajuste válido del pronóstico a los registros de caudal medidos a pesar de las limitantes de información, así como la calidad y disponibilidad de la misma. A pesar de utilizar modelos clásicos de tránsito de crecientes, la modelación implementada muestra un rendimiento eficiente en el pronóstico de caudales haciendo que, por su parsimonia, sea fácil de implementar en comparación con modelos de tránsito más complejos.

Marco conceptual

El tránsito de caudales es un procedimiento para determinar el tiempo y magnitud del caudal en un punto a lo largo de un curso de agua utilizando un hidrograma conocido en un punto aguas arriba (Chow, et al, 1994). Los modelos de tránsito parten del principio fundamental de conservación de la masa [1] para un sistema hidrológico:

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - Q(t) \quad [1]$$

Donde el hidrograma de entrada $I(t)$ y el hidrograma de salida $Q(t)$ se relacionan a través de una función de almacenamiento determinada dS/dt .

El tránsito de Piscina Nivelada (PN) considera un tránsito desde un embalse con una superficie de agua horizontal asumiendo una función de almacenamiento [2] lineal:

$$S_{j+1} - S_j = \frac{I_j + I_{j+1}}{2} \Delta t - \frac{Q_j + Q_{j+1}}{2} \Delta t \quad [2]$$

De ésta forma, el hidrograma de salida está relacionado con una función de almacenamiento-caudal lineal. De manera complementaria el método de tránsito hidrológico de Muskingum (Chow, et al, 1994) considera dos tipos de almacenamiento: el considerado en un volumen de prisma y adicionalmente un almacenamiento por cuña. Este almacenamiento producido, debe ser proporcional a la diferencia del caudal de entrada (I) y al caudal de salida (Q), (Chow, et al, 1994). El volumen de agua almacenado en cada embalse es cuantificado con la ecuación [3].

$$S(t) = K [XI^m(t) + (1 - X)Q^m(t)] \quad [3]$$

Donde X es un factor adimensional de ponderación que está en el rango $[0 \leq X \leq 0.5]$ y es cero (0) para el modelo de piscina nivelada, K es un factor con unidades de tiempo que se relaciona generalmente con el tiempo de viaje o tránsito de la onda y es función de la longitud del canal y de la velocidad de la creciente, (Ponce, 1989). El parámetro m representa la linealidad ($m=1$) o no linealidad ($m \sim 1$) para el modelo de Muskingum.

Implementación de modelos

Para el tramo de estudio considerado sobre el río Magdalena se propone un modelo de cuatro (4) sub-tramos (embalses) independientes, teniendo en consideración los ríos tributarios (Figura 1). Para cada uno de éstos se representó su área hidrográfica, las áreas aledañas al río que drenan directamente al río Magdalena y los caudales registrados.

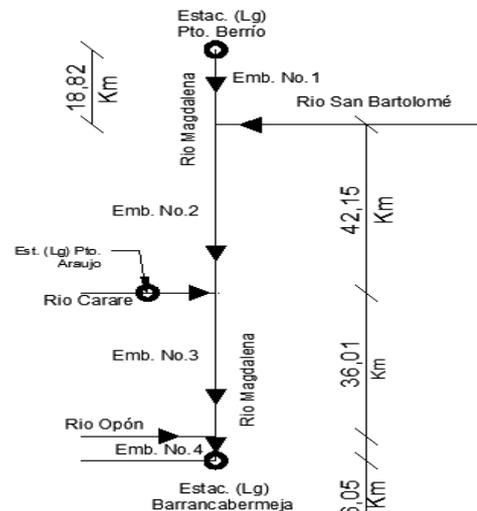


Figura 1.- Modelo topológico del tramo de estudio.

Utilizando las ecuaciones [1] y [3] se realizó una transformación algebraica para representar matricialmente los modelos de tránsito (Piscina Nivelada y Muskingum) para los cuatro embalses simultáneamente.

Calibración y validación

Para el proceso de calibración de parámetros se utilizó la función objetivo de Nash, (Nash & Sutcliffe, 1970) y un proceso de escogencia aleatoria de valores utilizando la metodología

Monte Carlo implementada en la herramienta computacional de análisis MCAT – v.2, (Wagener & Lees, 2001).

Los periodos seleccionados para calibración y validación fueron escogidos siguiendo criterios de consistencia y calidad de la información limnigráfica registrada en las estaciones telemétricas Puerto Berrio y Barrancabermeja sobre el río Magdalena (Figura 1). Los registros de caudal se presentan a resolución horaria y constituyen una herramienta de pronóstico y alerta en los sistemas operados y administrados por el IDEAM. Los periodos escogidos corresponden a: periodo 1 (marzo 1/2008–mayo 23/2008), periodo 2 (julio 25/2008–septiembre 4/2008), periodo 3 (octubre 11/2008–noviembre 15/2008 y periodo 4 (julio 1/2009–julio 26/2009).

En función de la estructura planteada en el modelo MCAT el mejor valor de la función objetivo (R^2) ocurre en valores cercanos a la unidad (Figura 2).

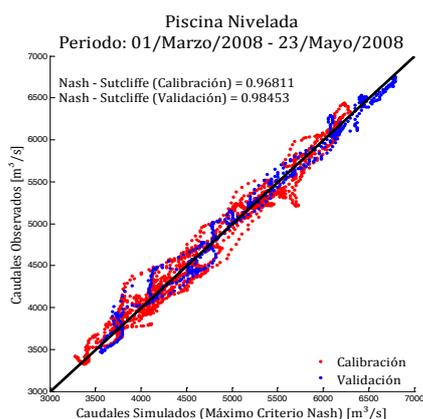


Figura 2.- Calibración – Validación Periodo 1.

Para cada uno de los periodos simulados se utilizó el 75% de la serie de tiempo durante el proceso de calibración y el 25% restante para la validación de los modelos.

Acople modelos de tránsito con filtro Kalman

Aplicando las estructuras matriciales planteadas para los modelos de tránsito se propone la siguiente ecuación de tránsito para un (1) embalse:

$$Q_{(j+1)} = aQ_{(j)} + b[I_{(j)} + I_{(j+1)}] \quad [4]$$

Donde a y b son parámetros que están en función de los valores K , X y el intervalo de tiempo considerado (dt). Matricialmente para incorporar todos los embalses simultáneamente:

$$[X_{j+1}]_{nx1} = A_{nxn}[X_j]_{nx1} + B_{nxn}[U_j]_{nx1} + [V_j]_{nx1} \quad [5]$$

Donde X representa los caudales en instantes de tiempo j y $j + 1$ y A y B son matrices de parámetros para los n embalses. El vector U representa el caudal de los ríos tributarios y áreas aledañas en el instante j y V es un vector de constantes (ruido aleatorio) que representa el error en la medición.

Las estructuras mostradas anteriormente son acopladas a las ecuaciones del filtro Kalman:

$$Y_j = C_{nxn} * [X_j]_{nx1} + [W_j]_{nxn} \quad [6]$$

$$K_j = AP_j C^T [R_j + CP_j C^T]^{-1} \quad [7]$$

$$X'_{j+1} = AX_j + BU_j + K_j(Y_j - \hat{Y}_j) \quad [8]$$

$$P_{j+1} = [A - K_j C] P_j A^T + Q_j \quad [9]$$

Donde [6] representa la ecuación de medición del aparato (limnógrafo); [7] es el parámetro de ganancia de Kalman; [8] representa una estimación de la ecuación de estado [5] en el instante de tiempo $j + 1$ basado en el error de la ecuación de medición; [9] es la matriz de covarianza que involucra el “ruido aleatorio”.

Para el modelo no lineal del filtro Kalman (EKF) la ecuación de estado [5] se transforma a un modelo lineal mediante el uso de matrices Jacobianas que es una forma complementaria a la desarrollada por Konstantine, et al (1982).

Conclusiones

La implementación y acople del modelo lineal y no lineal de tránsito de crecientes con la estructura matemática del filtro KF y EKF, resulta ser el aporte más importante del estudio.

Los resultados del coeficiente de la función objetivo de Nash-Sutcliffe son exitosos para los cuatro periodos en general, los coeficientes de estos periodos están en el rango de 0.962 a 0.992, (Figura 3).

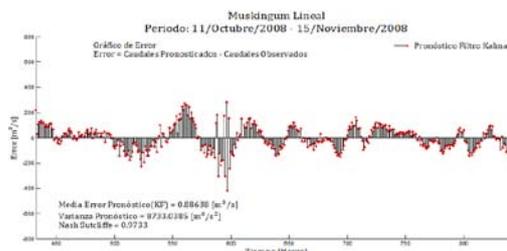


Figura 3.- Resultados del pronóstico. Modelo Muskingum lineal.

Al realizar la comparación de las hidrógrafas validadas en los periodos 2 y 4 del cuarto y último embalse, estos dos periodos no tienen buena validación, esto se refleja cuantitativamente por valores menores a 0.90 hallados en la función objetivo de Nash-Sutcliffe. En cuanto al periodo 1 y periodo 3 presentan altos valores de la función objetivo de 0.94 y 0.97 en la calibración. En la etapa de validación son también altos de 0.959 y 0.984.

La hidrógrafa transitada con los parámetros calibrados se comparó con los registros de la estación limnigráfica de Barrancabermeja (aguas abajo), para cada uno de los cuatro periodos. Los resultados fueron consistentes y apropiados tanto para los modelos lineales y no lineales.

Los resultados del pronóstico usando el filtro Kalman lineal (KF) resultaron ser similares a los pronosticados con el filtro Kalman no lineal (EKF) pero éstos últimos con una mayor complejidad y tiempo de operación computacional lo que muestra que los modelos lineales resultan ser adecuados y consistentes para el objetivo buscado.

Referencias

- Chow, V.T.; Maidment, D. and Mays, L., (1994). “Hidrología aplicada”. Bogotá: Mc-Graw Hill. 1994. P.584.
- Julier, S.J. and J.K. Uhlmann. (1997). “A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems”. *Int. Symp. Aerospace/Defense Sensing, Smul. and Controls*. SPIE–The international Society for Optical Engineering Orlando, FL. AA (Univ. of Oxford). Proc. SPIE Vol. 3068, 182-193.
- Kalman, R.E. (1960). “A new approach to linear filtering and prediction problems”. *Transactions of the ASME. Journal of Basic Engineering*, D-82, 33–45.
- Konstantine, P.; Georgakakos and Bras, R. (1982). “Real-Time, Statistically Linearized, Adaptive Flood Routing”. *Water Resources Research*, Vol. 18, 3, p. 513–524.
- McCarthy, G.T. (1940). “The Unit Hydrograph and Flood Routing”. *Presented at Conf. North Atl. Div., U.S. Corps Eng.*
- Nash, J.E. and J. V. Sutcliffe. (1970). “River flow forecasting through conceptual models part I – A discussion of principles”. *Journal of Hydrology*, 10 (3), 282–290.
- Ponce V.M. (1989). “Engineering Hydrology” *Principles and Practices*, Prentice-Hall, Inc. San Diego State University, California E.E.U.U. p 628.
- Sing V.P. and Scarlatos, P.D. (1987). “Analysis of nonlinear Muskingum flood routing” *Journal of Hydraulic Engineering*, 113, p. 61-79.
- Wagener, T. and M. J. Lees. (2001). MCAT v.3. *Imperial College of Science, Technology and Medicine*.