

# MODELIZACIÓN TRIDIMENSIONAL DE INFILTRACIÓN EN PRESAS DE MATERIAL SUELTO MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS NATURALES

César A. Lifonzo Salcedo<sup>1</sup> y Celine D. Lifonzo Sacatoma<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga, Ayacucho-Perú.

<sup>2</sup>Advanced Global Engineering Corporation, Lima- Perú.  
E-mail: coamcycesh@gmail.com, denaly0311@gmail.com

## Resumen

El presente trabajo de investigación comprende la modelación matemática, análisis numérico y simulación computacional del fenómeno de infiltración en medios porosos, en particular en problemas de infiltración en presas de material suelto, mediante el Método de Elementos Naturales (NEM) que es uno de los últimos métodos sin malla, recientemente utilizados para solucionar ecuaciones diferenciales parciales. Se describe la técnica de interpolación por vecinos naturales usando la triangulación de Delaunay y de su estructura dual, la teselación de Dirichlet o diagrama de Voronoi para construir la interpolación y obtener las funciones de forma y se presentan las características más importantes del Método de Elementos Naturales en su forma estándar. Finalmente, con el fin de demostrar la precisión y la convergencia del método propuesto, usando un código escrito en Matlab se realizó la simulación numérica de la presa Cuchoquesera en la región Ayacucho, Perú y otros problemas de soluciones generales y se comparó con la solución del Método de Elementos Finitos (FEM) y el Método de Volúmenes Finitos (FVM). Los resultados muestran la robustez del método de los elementos naturales en la búsqueda de soluciones más precisas del problema de flujo de fluidos en medios porosos.

## Introducción

El método de los elementos naturales (MEN) se caracteriza por ser una técnica interpolante (es decir, la superficie de solución pasa por los valores nodales de la variable aproximada), a diferencia de otros métodos sin malla en los que se calculan los valores nodales de la variable incógnita, pero la superficie de solución aproximada no pasa por estos valores nodales.

## Objetivos

### 1. Objetivos generales

Desarrollar un modelo matemático tridimensional para la simulación numérica del fenómeno de infiltración en régimen estacionario en presas de material suelto mediante el Método de Elementos Naturales (MEN).

### 2. Objetivos específicos

1. Aplicar el método de elementos naturales para la discretización del dominio físico de presas de material suelto y a la solución de las ecuaciones gobernantes del flujo de infiltración con geometría y condiciones de contorno variables.
2. Determinar la variabilidad espacial del flujo de infiltración a través de las presas de material suelto y la influencia de su respuesta en los diferentes materiales con fines de zonificación de las presas heterogéneas.
3. Desarrollar un programa de ordenador en Matlab en base al Método de Elementos Naturales para la simulación computacional del flujo de infiltración en presas de material suelto y automatizar su proceso de análisis.

## Materiales y métodos

### 1. Ecuaciones gobernantes

El fenómeno de infiltración en medios porosos está gobernado por la siguiente ecuación.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) + Q = m_w \gamma \frac{dh}{dt} \quad [1]$$

### 2. Solución con el método de elementos naturales

En el método de los elementos naturales (MEN) las funciones de forma son definidas a partir de un tipo de interpolación conocida como “interpolación por vecinos naturales”, la cual a su vez se define a partir del diagrama de Voronoi o su dual, la triangulación de Delaunay:

#### Diagrama de Voronoi y triangulación de Delaunay

El diagrama de Voronoi o su dual, la triangulación de Delaunay, es una de las construcciones más usadas para definir un conjunto irregular de puntos o nodos (Sukumar, 1998). Aquí se presentará, por simplicidad y teniendo en cuenta los alcances del documento, la definición de estos diagramas en el espacio  $R^2$ , pero es posible extender a un espacio  $R^n$ .

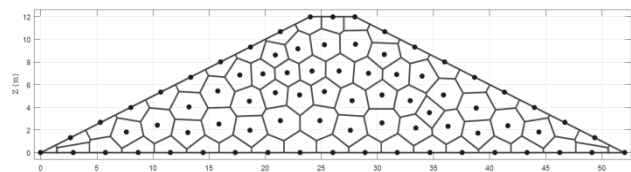


Figura 1.- Diagramas de Voronoi.

#### Interpolación no Sibsoniana

En este trabajo de investigación se utiliza la interpolación no Sibsoniana para obtener para la obtención de las funciones de vecinos naturales.

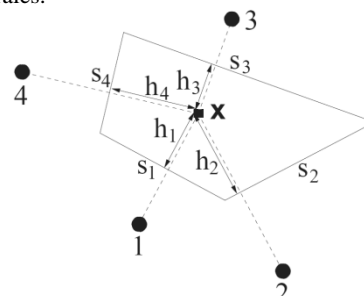


Figura 2.- Interpolación no Sibsoniana.

## Resultados y discusión

El modelo matemático y el código computacional desarrollado permiten la simulación numérica del problema de infiltración en presas de material suelto. Este aplicativo computacional representa con gran exactitud el fenómeno real, ya que las ecuaciones diferenciales parciales no lineales se transforman en algebraicas por el Método de Elementos Naturales. A continuación, se presentan las soluciones en la sección principal de la presa Cuchoquesera.

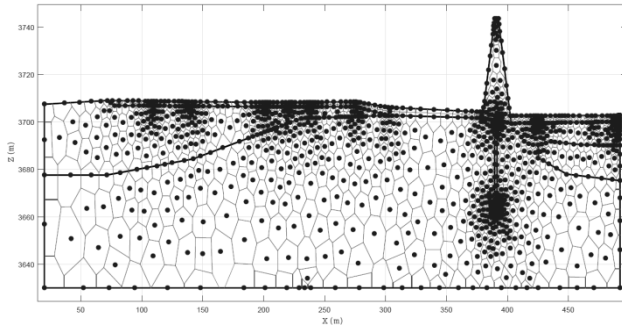


Figura 3.- Generación del diagrama de Voronoi y vecinos naturales de la presa Cuchoquesera.

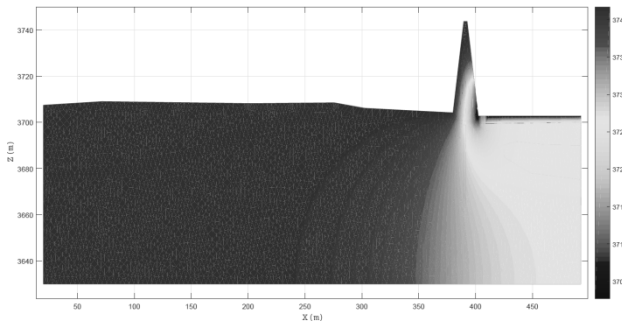


Figura 4.- Alturas piezométricas de la presa Cuchoquesera.

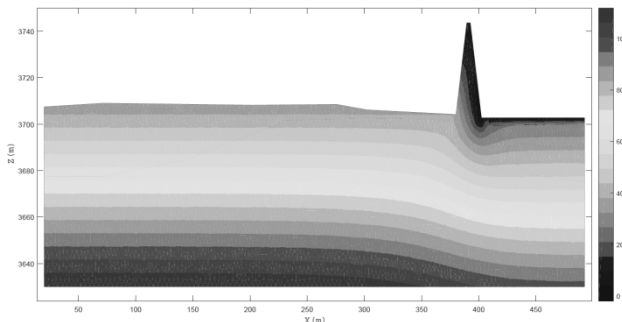


Figura 5.- Alturas de presión de la presa Cuchoquesera.

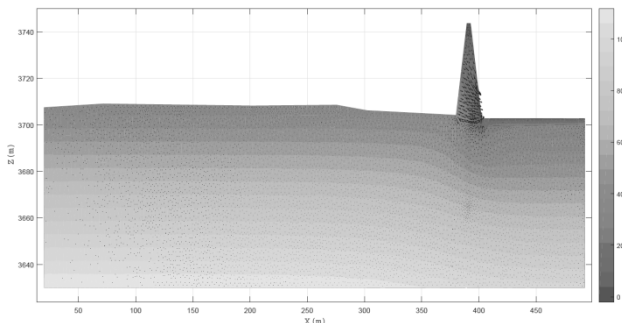


Figura 6.- Líneas de corriente de la presa Cuchoquesera.

## Conclusiones y recomendaciones

- El Método de Elementos Naturales es uno de los métodos sin malla para resolver ecuaciones diferenciales parciales y

está basado en la interpolación por vecinos naturales a partir de la triangulación de Delaunay y de su estructura dual, la teselación de Dirichlet o diagrama de Voronoi.

- El MEN permite discretizar el dominio físico de las presas y estructuras similares en una nube de puntos y el diagrama de Voronoi como se puede ver en la Figura 7 y resuelve numéricamente las ecuaciones gobernantes del flujo de infiltración a partir de la interpolación por vecinos naturales.

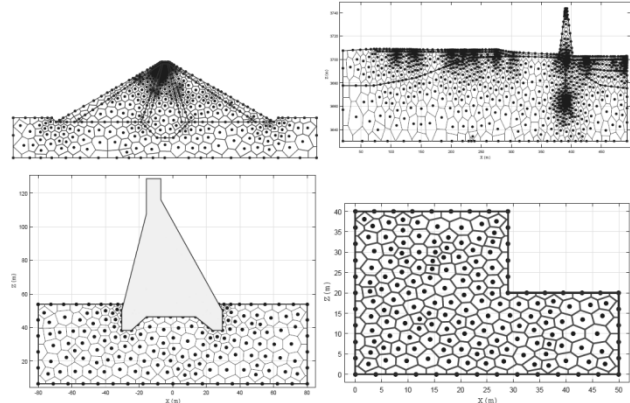


Figura 7.- Alturas piezométricas de la presa Cuchoquesera.

- La determinación de la variabilidad espacial del flujo de infiltración en las presas de material suelto, permite conocer con certeza las líneas de corriente, su magnitud y su influencia en el dominio del problema como se ve en la Figura 8 y a partir de estos resultados se establece las secciones con sus propiedades de los materiales respectivamente, es decir la zonificación de la tipología de la presa depende directamente de la variabilidad espacial del flujo de infiltración.

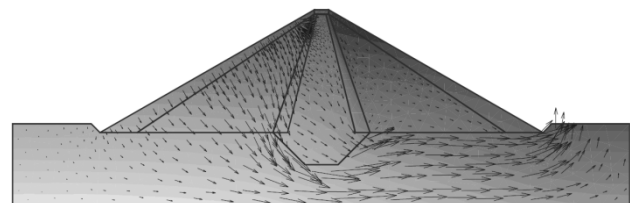


Figura 8.- Alturas piezométricas en la sección lateral de la presa Cuchoquesera.

La recomendación final es que, antes de cargar un modelo con características complejas es recomendable contar con un modelo conceptual claro de lo que quiere analizarse con fines de diseño o de decisión ingenieril y para la discretización con Matlab, la matriz geométrica del dominio de infiltración de la presa, se debe ordenar convenientemente para su importación. Fila 1 número de vértices. Fila 2 hasta la fila  $n+1$ , valores de las coordenadas en el eje  $x$ . Fila  $n+2$  hasta la fila  $2n+1$  valores de las coordenadas en el eje  $y$ . Fila  $n+3$  hasta la fila  $3n+1$  valores de las coordenadas en el eje  $z$ .

## Referencias

Sukumar, N. (1998). The Natural Element Method in Solid Mechanics, Tesis presentada a la Northwestern University, Evanston, Illinois, Para optar por el título de Ph.D.

N. Sukumar, B. Moran, and T. Belytschko (1998). The Natural Element Method in Solid Mechanics. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 43(5):839-887.

Sh. Shahrokhbadi, M.M. Toufigh (2013). "The solution of unconfined seepage problem using Natural Element Method (NEM) coupled with Genetic Algorithm (GA)". Elsevier, Applied Mathematical Modelling 37 (2013) 2775–2786.