

DINÁMICA COMPUTACIONAL DEL FLUJO NO PERMANENTE EN SISTEMAS DE ABASTECIMIENTO DE AGUA POTABLE

César A. Lifonzo Salcedo¹ y Anyeli Y. Lifonzo Yaranga²

¹Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga, Ayacucho-Perú.

²Advanced Global Engineering Corporation, Lima- Perú.

E-mail: coamcycesh@gmail.com, anyelily1012@gmail.com

Resumen

Se ha desarrollado un modelo matemático y computacional generalizado para el análisis y simulación numérica del flujo no permanente en sistemas de distribución de agua potable, con distintas aproximaciones y posibilidades de conexión entre dominios y condiciones de contorno, utilizando un esquema numérico basado en el Método de Elementos Finitos (MEF), que nos permite una solución global del sistema de ecuaciones diferenciales hiperbólicas cuasi-lineales que gobiernan el fenómeno del flujo no permanente en redes de agua a presión.

Para el análisis y simulación numérica del problema de flujo no permanente se elaboró el software GAMEF en Matlab, que permite calcular y representar los parámetros hidrodinámicos en todo el dominio del problema. El esquema numérico desarrollado demuestra una sólida posibilidad de modelar muchos problemas de la hidrodinámica con un amplio horizonte de aplicaciones tecnológicas y la importancia de los métodos numéricos en la modelización y análisis de sistemas de abastecimiento de agua y contribuye asumir el reto de planificar, diseñar y gestionar eficientemente con los modelos más innovadores en la industria de los recursos hídricos.

Introducción

La necesidad de estudiar fenómenos más complejos donde la hipótesis del flujo permanente se aleja demasiado de la realidad, y que en los sistemas de redes de tuberías a presión se encuentran muchas situaciones donde el flujo parece ser efectivamente no permanente, es decir, predominan las transiciones de las variables de estado en tiempo y espacio, nos condujo a la modelación matemática y computacional del flujo no-permanente con el Método de Elementos Finitos, para conocer los valores que toman las variables hidráulicas (Presiones, caudales, velocidades, etc.).

Objetivos

Objetivos generales

Desarrollar un modelo matemático basado en el Método de Elementos Finitos, para el análisis y simulación numérica de la dinámica del flujo no permanente en sistemas de abastecimiento de agua.

Objetivos específicos

- Aplicar el Método de Elementos Finitos para la discretización y solución de las ecuaciones gobernantes del flujo no permanente en sistemas de agua potable.
- Analizar y evaluar la variabilidad espacial y temporal de los parámetros del flujo no permanente y su comportamiento en sistemas a presión.
- Desarrollar un software del modelo matemático propuesto en Matlab para la automatización y simulación numérica del flujo no permanente en sistemas de agua potable y comparar los resultados obtenidos con el software comercial Hammer, de Bentley's Haestad Methods.

Materiales y métodos

Ecuaciones gobernantes

El fenómeno del flujo no permanente en sistemas a presión está gobernado por la ecuación dinámica y la ecuación de continuidad, que en forma matricial se puede representar así.

$$\begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} V & gA \\ \frac{a^2}{gA} & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix}_s + \begin{bmatrix} fQ|Q| \\ \frac{2DA}{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [1]$$

Solución con el MEF

El sistema de ecuaciones diferenciales hiperbólicas cuasi-lineales [1] que gobierna el flujo no permanente, se transforma a una forma Integral ó ecuación de energía con el Método de Elementos Finitos, dividiendo el dominio de las tuberías en varios tramos, no infinitesimales, con los criterios de estabilidad del número de Courant y obtenemos un par de ecuaciones algebraicas de la forma:

$$g[K1] \left\{ \frac{\partial H_j}{\partial t} \right\} + a^2 [K2] \{V\} = 0 \quad [2]$$

$$[K1] \left\{ \frac{\partial V_j}{\partial t} \right\} + g[K2] \{H\} + \frac{f|V|}{2D} [K2] \{V\} = 0 \quad [3]$$

Donde:

$$[K1] = \frac{l}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad [K2] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad [4]$$

Por lo tanto, la solución espacial y temporal para el sistema de ecuaciones [1] son:

$$\frac{[K1]}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_n \\ H_{n+1} \end{Bmatrix} + \frac{a^2 \Delta t [K2]}{6g} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_n \\ V_{n+1} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad [5]$$

$$\frac{[K1]}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_n \\ V_{n+1} \end{Bmatrix} + \frac{g \Delta t [K2]}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_n \\ H_{n+1} \end{Bmatrix} + \frac{f \Delta t [K1] |V|}{12D} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_n \\ V_{n+1} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad [6]$$

A partir de las ecuaciones [5] y [6] se establece ecuaciones de recurrencia para la solución de las variables de H_{n+1} y V_{n+1} , teniendo como solución previa a H_n y V_n .

Discretización de la red de tuberías

La generación de malla se realiza teniendo en cuenta la condición de Courant, y el objetivo principal es la determinación de las coordenadas de los nodos internos (X_{n+1} , Y_{n+1}) en cada una de las tuberías que conforma el sistema de distribución de agua, teniendo como datos las coordenadas de los nodos i y j .

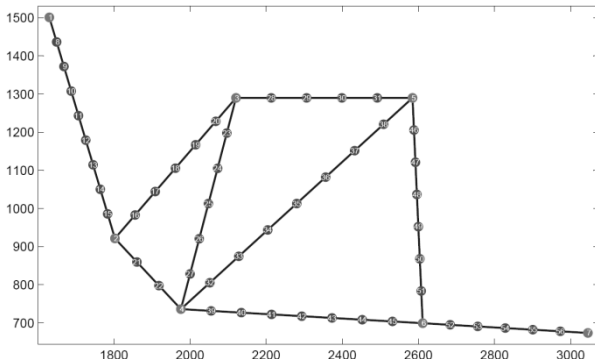


Figura 1.- Generación de malla en 58 elementos y 56 nodos.

Resultados y discusión

La aplicación del modelo GAMEF, se realizó a la Red de Agua Potable (RAP) de la comunidad de Miraflores-Ayacucho, obteniéndose resultados esperados del modelo matemático propuesto que responden a la necesidad de encontrar soluciones a problemas de ingeniería en sistemas hidráulicos a presión y ponen de manifiesto la utilidad práctica de la metodología desarrollada.

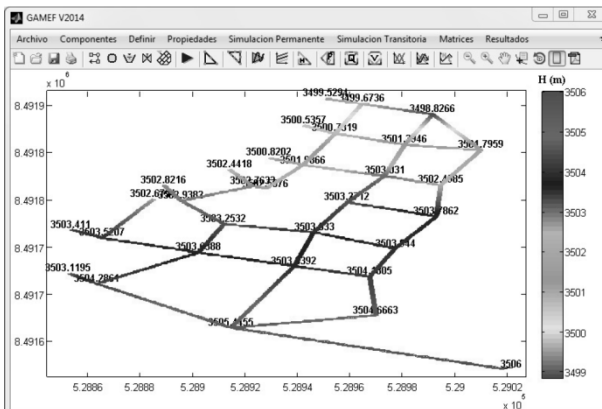


Figura 2.- Alturas piezométricas en la RAP de la Comunidad de Miradores.

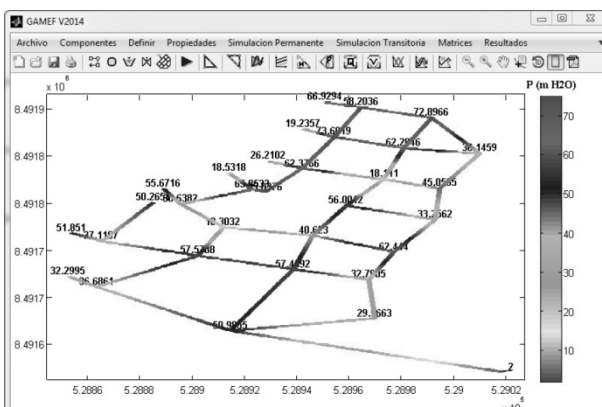


Figura 2.- Presiones en la RAP de la Comunidad de Miradores.

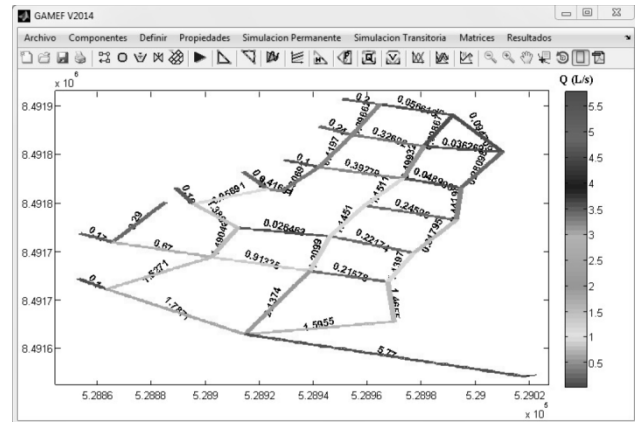


Figura 2.- Caudales la RAP de la Comunidad de Miradores.

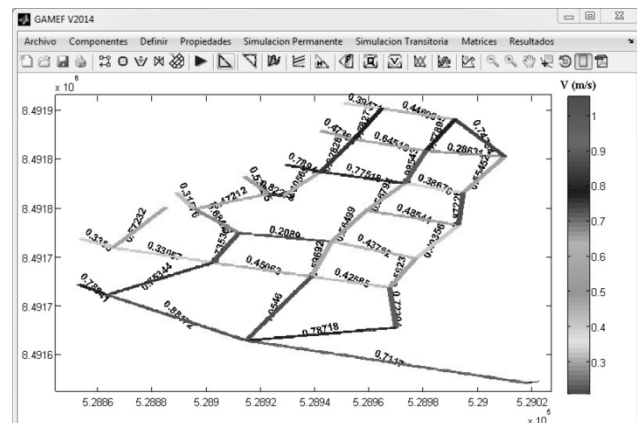


Figura 2.- Velocidades en la RAP de la Comunidad de Miradores.

Como primera controversia para la validación del modelamiento del flujo no permanente en sistemas de agua potable con el Método de Elementos Finitos, se hizo el modelamiento de flujo no permanente en sistemas a presión con el Método de las características que el programa HAMMER incluye en su formulación; considerando válida esta modelación se toma un ejemplo clásico de la literatura y se solucionó con el programa elaborado (GAMEF) que utiliza el modelamiento con el Método de Elementos Finitos.

Conclusiones y recomendaciones

- Con la presente investigación se demuestra una sólida posibilidad de modelar muchos problemas de la hidroinformática con un amplio horizonte de aplicaciones tecnológicas utilizando el método de Elementos Finitos.
- En la modelación y representación de sistemas hidráulicos a presión resulta ser más eficiente y exacto el Método de Elementos Finitos con respecto a los métodos tradicionales que generalmente tienen dificultades en la modelación por las condiciones de borde.

Referencias

- Chaudhry M.H. (1987). *Applied hydraulic Transients*. British Columbia Hydro and Power Authority. Vancouver, British Columbia, Canadá.
- Twyman J. (2004). *Decoupled Hybrid Methods for Unsteady Flow Analysis in Complex Pipe Networks*, ISBN 956-8142-17-7, pp. 185.
- Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R. L. (2000) "The Finite Element Method: Fluid Dynamics", Volume 3 (4.2.4 Initial Strain), Fifth Edition, Mc Graw-Hill.