

MODELOS ESTADÍSTICOS CON DEPENDENCIA DE LARGO PLAZO EN MEDICIÓN DE PRESIONES EN FLUJO MACRO TURBULENTO

Rafael S.Seoane,^{1,2} y Raúl A. Lopardo¹

¹Instituto Nacional del Agua (INA).

² Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

E-mail: rseoane@ina.gob.ar

Introducción

En el presente trabajo se estudia la presencia de dependencia de corto y de largo plazo en series temporales univariadas observadas en un modelo físico con flujo macro turbulento. Se presentan los resultados de la estimación de la función de autocorrelación, de autocorrelación parcial y del exponente de Hurst para estudiar la estructura temporal de los datos experimentales de presiones instantáneas relevadas en un cuenco amortiguador de energía a resalto forzado. Los resultados muestran la presencia de ambas dependencias y permiten inferir dos posibles modelos matemáticos para su representación considerando la dependencia de largo plazo.

Marco teórico

El análisis estadístico de los valores instantáneos de parámetros hidráulicos presenta como hipótesis básica considerar al proceso generador como estacionario, ergódico e independiente.

El análisis de los valores de las presiones fluctuantes observadas en modelos físicos considerar ciertas hipótesis básicas (proceso estacionario, ergódico e independiente) y la falta de su verificación afecta directamente a los resultados que serán utilizados en el dimensionamiento de las obras hidráulicas. Se muestra así la importancia de verificar las hipótesis básicas antes de aplicar los modelos de valores extremos para el diseño. La autocorrelación de una señal aleatoria puede ser de corto y largo plazo. Algunos autores (Box and Jenkins, 1976), desarrollaron un análisis útil para representar series temporales observadas en distintos campos del conocimiento. El análisis de presencia de dependencia de largo plazo (LRD) es una etapa importante en el análisis de series de tiempo y su presencia se resume en un parámetro conocido como exponente de Hurst. Serinaldi (2010).

El análisis de la presencia de dependencia de largo plazo tiene su primer antecedente en los trabajos Hurst (1951), que propuso el primer estadístico desarrollado para medirla y se utilizó en el diseño del embalse de Asuán (Sutcliffe *et al.*, 2016).

Los fundamentos matemáticos para una explicación del fenómeno Hurst fueron presentados por Mandelbrot y Van Ness (1968), quienes reconocieron que Kolmogorov (1940) había introducido anteriormente un proceso para representar ese comportamiento; Taqqu (2013). Beran (1994) propone un análisis completo de los posibles modelos que permiten explicar la presencia de persistencia de largo plazo y muestra ejemplos con distintos procesos que ocurren en Geofísica. Se incluye la presencia de fenómenos críticos, como la turbulencia.

Estas ideas justifican el interés de estimar las funciones de autocorrelación, autocorrelación parcial y del exponente de Hurst para evaluar la dependencia en las series temporales de mediciones obtenidas en un modelo físico con flujo con alta turbulencia. La importancia de estos resultados se asocia con que los valores observados serán luego utilizados para calcular y verificar el comportamiento de un determinado diseño respecto de los fenómenos de cavitación intermitente en las superficies, la fatiga de anclajes y el levantamiento de losas. Los modelos utilizados para el cálculo pueden utilizar la hipótesis de independencia.

Metodología

La metodología aplicada tiene como objetivo definir la presencia de dependencia en las series y seleccionar un modelo adecuado para su representación.

Se estima la función de autocorrelación y autocorrelación parcial para estudiar la presencia de dependencia en las series observadas para estimar el parámetro de Hurst (1951) se aplica su método y otras técnicas de estimación analizadas en Serinaldi *et al.* (2010).

A partir de los resultados anteriores se proponen dos modelos posibles para la representación de las series temporales: el movimiento fraccionario browniano (fBm) y el ruido gaussiano fraccionario (FGn).

A efectos de aplicar los análisis a casos de mediciones concretas de flujo macro turbulento se han tomado los resultados obtenidos en el modelo físico en escala 1:40 del aliviadero de la presa Gatún, que es la principal estructura de evacuación de excedentes del lago Gatún, embalse situado sobre el río Chagres en la región norte de Panamá, y que forma parte de la comunicación interoceánica. En ese modelo hidráulico fueron desarrolladas determinaciones de presiones instantáneas sobre el cuenco amortiguador de energía y particularmente sobre los bloques de disipación forzada (cuya ubicación se puede apreciar en la Figura 1), siguiendo la metodología habitual del Instituto Nacional del Agua (Lopardo y Henning, 1985).

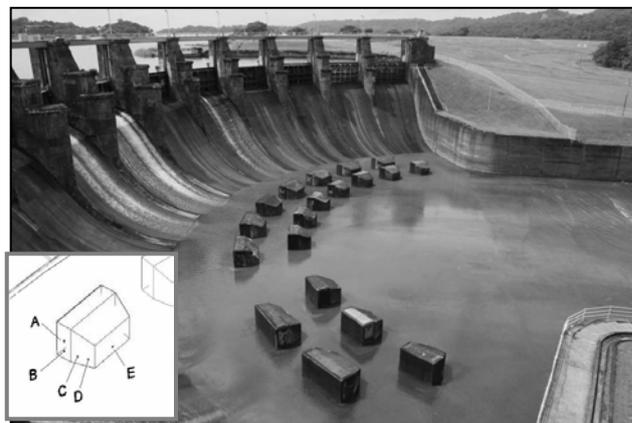


Figura 1.- Sitio de toma de las mediciones en modelo físico.

El espectro de densidad de frecuencia de esas tomas demuestra claramente que alrededor de la frecuencia de 1 Hz se produce un tramo de decaimiento que relaciona potencias con frecuencias con el exponente $-5/3$, demostrando la presencia del "subrango inercial" indicando que se transmite la energía turbulenta de los vórtices más grandes a los más pequeños, sin participación de los efectos viscosos (ley de Kolmogorov).

Resultados

En las figuras 3, 4, 5 y 6 se pueden observar los gráficos seleccionados correspondientes a las series temporales y sus correspondientes funciones de autocorrelación de las tomas A y C. Se presentan figuras seleccionadas que muestran las series

temporales y sus correspondientes funciones de autocorrelación. Las series observadas presentan 16384 datos. Estas muestras presentan diferencias con los datos hidrológicos que provienen de componentes del ciclo, que presentan menos datos y tienen un origen no experimental.

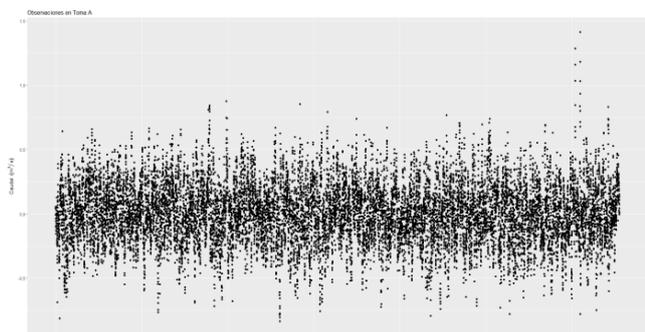


Figura 3.- Serie temporal observada en la toma A.

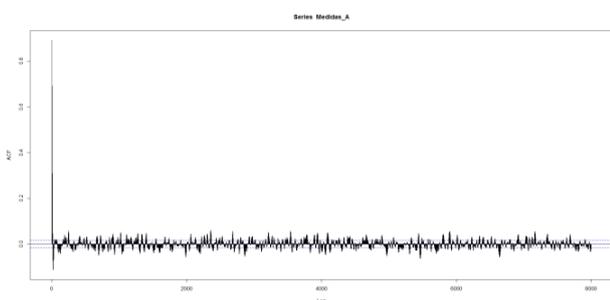


Figura 3.- Función de autocorrelación de la serie en la toma A.

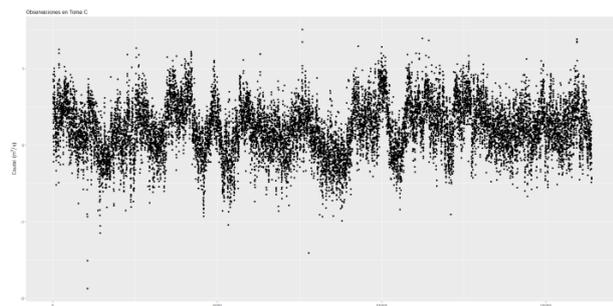


Figura 4.- Serie temporal observada en la toma C.

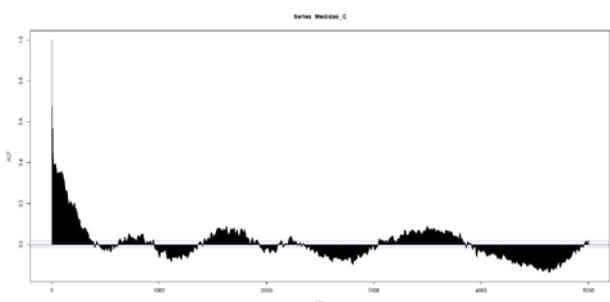


Figura 5.- Función de autocorrelación de la serie en la toma C.

Los resultados anteriores muestran dos casos bien diferenciados, los correspondientes a las tomas A y C. La muestra "A" presenta autocorrelaciones que decaen más rápidamente. En el caso "C", se observa un decaimiento lento de la función de autocorrelación asociado con los procesos de memoria larga. Serinaldi (2010) propone un análisis, que a partir de las diferencias en las estimaciones del exponente de Hurst, se indican dos modelos posibles asociados: el fraccionario Gaussiano y el movimiento Browniano fraccionario. Su identificación depende de la estimación del exponente del espectro de potencias (β) que fue calculado para todas las

muestras. La Tabla 1 muestra las estimaciones del exponente de Hurst para las series estudiadas.

Tabla 1. - Estimación del exponente de Hurst para las series.

Método	Toma A	Toma B	Toma C	Toma D	Toma E
Hurst R/S	0.6546	0.8204	0.7903	0.6546	0.7569
Higuchi β	0.6111	0.9623	0.9137	0.6111	0.8075
	0.9916	0.9371	<u>1.0173</u>	0.9916	<u>1.2344</u>

Con la información anterior se pueden identificar dos casos según la estimación de β : estacionario y persistente (fGn) para $\beta \in (0,1)$ y no estacionario (fBm) para $\beta > 1$.

De acuerdo con las estimaciones, β es mayor que uno para la series observadas en las tomas "C" y "E" y menor que uno para las restantes. Por lo tanto los modelos identificados son fGn (tomas A, B y D) y fBm (tomas C y E).

Se ha podido relacionar la estimación del exponente de Hurst con la identificación de dos procesos conocidos por sus numerosas aplicaciones en otros campos de la investigación.

Conclusiones

Los resultados indican la presencia de una estructura de dependencia temporal en las series observadas de registros de presiones fluctuantes en flujo macro turbulento.

La importancia del exponente de Hurst para caracterizar series temporales ha superado claramente sus objetivos iniciales asociados al estudio de variables hidrológicas y se está aplicando en disciplinas muy diferentes. Por lo tanto, será útil estimarlo en el marco de los estudios de modelos físicos donde se pueden contar con registros más extensos.

La aplicación de diferentes métodos para estimar el exponente de Hurst permitió identificar dos modelos conocidos que representan esa dependencia (fGn y fBm) para las series.

Se debe señalar la importancia de continuar investigando los efectos de la dependencia de largo plazo por su influencia en la estimación de los parámetros de modelos de valores extremos que se utilizan para el diseño de obras hidráulicas.

Referencias

- Beran, J., (1994). *Statistical for Long Memory Processes*. Chapman & Hall.
- Box, G.E.P., and Jenkins, G., (1976). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco.
- Higuchi, T., (1988). "Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory", *Physica D* 31: 277-282.
- Hurst, H., (1951). "Long term storage capacities of reservoirs". *Trans. Am. Soc. Civil Engrs.*, 116, 776-808.
- Mandelbrot, B. B. and Van Ness, J. W., (1968). "Fractional Brownian motions, fractional noises and applications". *SIAM. Rev.* 10 422-437.
- Kolmogorov, A. N., (1940). "Wiensche Spiralen und einige andere interessante Kurven im Hilbertschen Raum". *C. R. (Doklady) Acad. Sci. URSS (N.S.)* 26 115-118. MR0003441.
- Lopardo, R.A. and Henning, R.E., (1985). "Experimental advances on pressure fluctuations beneath hydraulic jumps", *Proceedings of the 21st IAHR Congress*, Melbourne, Australia, Vol. 3, pp.633-638.
- Serinaldi, F., (2010). "Use and misuse of some Hurst parameter estimators applied to stationary and non-stationary financial time series". *Physica A*, 389, 2770-2781.
- Sutcliffe, J., S. Hurst, A. G. Awadallah, E. Brown, and Hamed, K., (2016). "Harold Edwin Hurst: the Nile and Egypt, past and future". *Hydrological Sciences Journal*, 61: 1557-1570.
- Taqqu, M.S., (2013). "Benoit Mandelbrot and Fractional Brownian motion". *Statistical Science*. Vol 28 N 1 131-134.