

MODELACIÓN NUMÉRICA DE LA SOCAVACIÓN LOCAL EN PILAS CIRCULARES CON MODELOS LAGRANGEANOS

Laura E. Ayala-Cruz¹, Israel E. Herrera-Díaz, Jonathan Cepeda-Negrete y Alberto Saldaña-Robles

¹ Instituto Politécnico Nacional, ESIA Zacatenco, Sección de Posgrado, México.
Universidad de Guanajuato, CIS-DICIVA Depto. Ingeniería Agrícola, México.

E-mail: laurisayala74@hotmail.com, eherrera@ugto.mx, j.cepeda@ugto.mx, alberto.saldana@ugto.mx

Introducción

La socavación local en las pilas de los puentes es causada por el cambio de dirección de las líneas de corriente, la turbulencia, la aceleración del flujo y los vórtices resultantes inducidos por la obstrucción al flujo (Raudkivi, 1999). En las pilas dentro del cauce, se producen una serie de turbulencias, las cuales hacen que el nivel del río descienda especialmente junto a estas estructuras, alrededor de las pilas se forma una fosa profunda por socavación, producida por un sistema de vórtices generados por la interferencia que la pila causa al flujo. El mecanismo que produce la socavación está asociado a la separación tridimensional del flujo en la cara aguas arriba de la pila y a un vórtice periódico al pie de ella, en la figura (1) podemos apreciar el comportamiento del flujo en una pila cilíndrica (Dargahi, 1990).

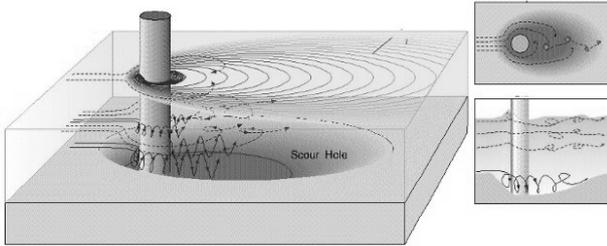


Figura 1.- Socavación en Pilas.

Por lo tanto, el flujo alrededor de una pila es muy complejo para ser analizado teóricamente, por lo que se propone el uso de modelos euleriano-lagrangiano para aclarar el comportamiento del flujo en tres dimensiones alrededor de una pila bajo un escenario controlado con condiciones de frontera establecidas, así como del transporte de sedimentos ocasionado por el campo de velocidades que se presenta; estas simulaciones numéricas son comparadas con un modelo físico para calibrar dichas ecuaciones.

Modelo hidrodinámico y de transporte de sedimentos

Se emplean las ecuaciones de Navier-Stokes para modelar el movimiento del fluido en aguas someras, en donde las escalas horizontales son mucho más grandes que la escala vertical, con la hipótesis de presión hidrostática y considerando los postulados de Reynolds (Ramírez, Rodríguez, & Herrera, 2005) son:

Las ecuaciones que describen el movimiento del flujo:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \text{div} (v_e \overline{\text{grad}}(u)) \quad [1]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \text{div} (v_e \overline{\text{grad}}(v)) \quad [2]$$

El gradiente de presión:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} = -g\rho \quad [3]$$

La ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} = 0 \quad [4]$$

La ecuación para la superficie libre:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-z_f}^{\eta} u \, dz \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{-z_f}^{\eta} v \, dz \right) \quad [5]$$

Las condiciones de frontera para la superficie libre y el fondo se definen por:

$$\tau_x^{\text{fondo}} = v_e \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{\text{fondo}} = \frac{g\sqrt{u^2+v^2}}{C_z^2} \quad [6]$$

$$\tau_y^{\text{fondo}} = v_e \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{\text{fondo}} = \frac{g\sqrt{u^2+v^2}}{C_z^2} \quad [7]$$

Las componentes de la velocidad toman los valores de la capa adyacente a la interface agua-sedimento.

$$\tau_x^{\text{superficie}} = v_e \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{\text{superficie}} = -\frac{\rho \, \text{aire}}{\rho \, \text{agua}} (a_{\text{viento}}) \omega_x \Big|_{\omega_x} \quad [8]$$

$$\tau_y^{\text{superficie}} = v_e \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{\text{superficie}} = -\frac{\rho \, \text{aire}}{\rho \, \text{agua}} (a_{\text{viento}}) \omega_y \Big|_{\omega_y} \quad [9]$$

Para el cálculo de transporte de sedimentos, se utiliza un modelo lagrangeano de partículas, donde las partículas son sembradas o colocadas siguiendo una ley exponencial de concentraciones o mediante una posición inicial en el espacio tridimensional (Robinson, Monaghan, & Mansour, 2007). Para el movimiento de partículas se considera un modelo estocástico y discretizado en tres dimensiones, considerando el peso específico de cada partícula, así como de la velocidad de caída de la misma (Hernández, 2003) y se verifica si éstas están dentro del dominio de estudio para un único paso de tiempo (Δt) de (n) a $(n + 1)$ está dada por:

$$x_i^{n+1} = x_i^n + u_{i,j,k}(\Delta t) \pm (2\text{rand}(\text{iseed}) - 0.5) \sqrt{(2vt_{i,j,k}\Delta t)}$$

$$y_i^{n+1} = y_i^n + v_{i,j,k}(\Delta t) \pm (2\text{rand}(\text{iseed}) - 0.5) \sqrt{(2vt_{i,j,k}\Delta t)}$$

$$z_i^{n+1} =$$

$$z_i^n + w_{i,j,k}(\Delta t) \pm (2\text{rand}(\text{iseed}) - 0.5) \sqrt{(2vt_{i,j,k}\Delta t - w_s\Delta t)}$$

Los esfuerzos cortantes en un flujo turbulento, a lo largo de su profundidad (z), se determina como:

$$\tau_i = \rho v \frac{du}{dz} - \rho \bar{u}_i \bar{w} \quad [11]$$

El esfuerzo cortante crítico que actúa sobre las partículas, se calcula como:

$$\tau_{\text{critico}} = 0.03(\rho_s - \rho)gd_{50} \quad [12]$$

La función de probabilidad para la deposición de las partículas se determina con la siguiente ecuación:

$$P_{\text{deposito}} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \left(1 - \frac{\tau_{x,y}}{\tau_{\text{critico}}}\right) \end{array} \right\}, \tau_{x,y} \geq \text{critico} \\ \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \tau_{x,y} < \text{critico} \end{array} \right\}, \tau_{x,y} < \text{critico} \quad [13]$$

Y la función de probabilidad para la re-suspensión de las partículas se establece de la siguiente forma:

$$P_{\text{deposito}} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \left(1 - \frac{\tau_{\text{critico}}}{\tau_{x,y}}\right) \end{array} \right\}, \tau_{x,y} \leq \text{critico} \\ \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \tau_{x,y} > \text{critico} \end{array} \right\}, \tau_{x,y} > \text{critico} \quad [14]$$

Por último, la velocidad de caída de las partículas de sedimentos, se usan las formulaciones de (Van Rijn, Walstra, & Van Ormondt, 2007) :

$$w_s = \frac{(S-1)gd^2}{0.8v}; \quad 1 < d \leq 100\mu\text{m}$$

$$w_s = \frac{10v}{d} \left[\left(1 + 0.01 \frac{(S-1)gd^3}{v^2} \right)^{0.5} - 1 \right]; \quad 100 < d \leq 1000\mu\text{m}$$

$$w_s = 1.1(S-1)gd^2; \quad d > 1000\mu\text{m}$$

Discusión de resultados

Para validar los resultados que proporciona la modelación numérica, se emplea un canal de pendiente variable para el transporte de sedimentos ARMFIELD S8MKII (fig. 2).



Figura 2.- Canal de transporte de sedimentos ARMFIELD S8MKII.

Mediante un escenario controlado, la simulación del transporte de sedimentos se compara con la cuantificación de la socavación local en pilas circulares de forma cualitativa y cuantitativa, así mismo, los resultados tanto de las simulaciones numéricas como del modelo físico son comparadas con las fórmulas expresadas por diversos autores de la literatura.

En la figura (3) se presenta el proceso de socavación en 3 tiempos diferentes (2, 5, 10 min) de flujo transitado, al término del tiempo se mide las dimensiones de la socavación alrededor de la pila.

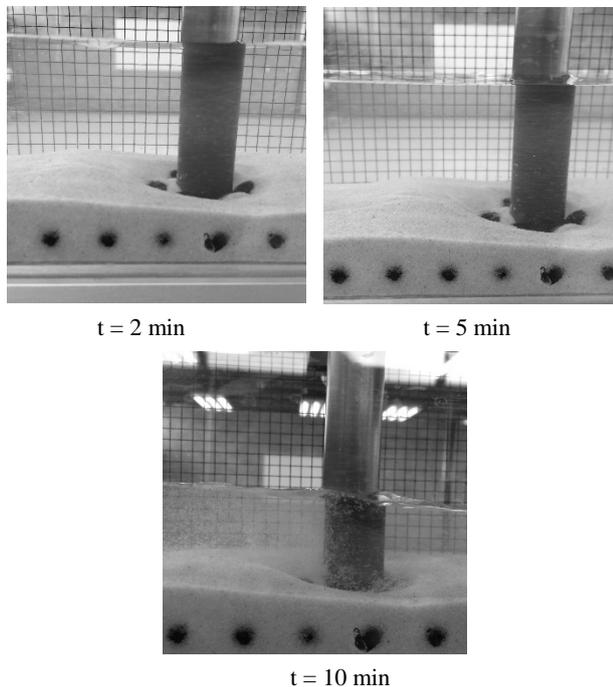


Figura 3.- Proceso de socavación local en una pila circular y el transporte de sedimentos en el canal S8MKII.

Posteriormente, se diseña la malla numérica del canal (fig. 4), donde se obtiene el campo de velocidades (fig. 5) aplicando las ecuaciones del modelo hidrodinámico, una vez obtenido el campo euleriano de velocidades, se simula un total de 550,000 partículas sembradas en el fondo del canal y alrededor de la pila, donde su posición al final de la simulación determina de forma cuantitativa el proceso de socavación y de forma cualitativa la forma y dimensión del sumidero en la parte posterior de la pila circular.

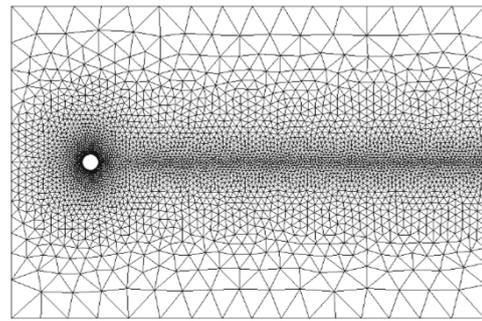


Figura 4.- Malla numérica del canal experimental S8MKII.

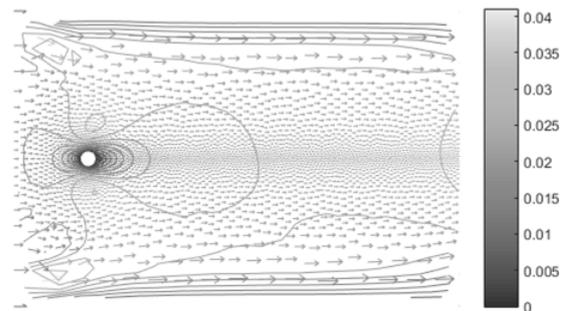


Figura 5.- Campo hidrodinámico al término de 15 min de simulación.

Los resultados del transporte de sedimentos al final de la simulación numérica presentan un error relativo del 3.2% en comparación con el fenómeno presentado por el canal de pendiente variable en la magnitud de la socavación medida en el plano horizontal.

Conclusiones

El modelo lagrangeano de transporte de partículas permite observar el proceso de socavación, así como de forma cualitativa estimar el desplazamiento de las partículas de fondo por efectos de la turbulencia, la cuantificación del transporte de sedimentos se realiza con la comparación del modelo numérico y del físico bajo condiciones controladas de gasto constante, lo que permite obtener resultados cercanos a los establecidos por las formulaciones más usuales de la literatura, con errores relativos que oscilan entre el 2.8 al 3.5%.

Se menciona que el número de partículas y sus propiedades son establecidas en el modelo lagrangeano, donde el choque elástico de las mismas es considerado, sin embargo, un número de partículas mayor podría favorecer a mejorar el porcentaje de aproximación con respecto a las formulaciones teóricas.

Referencias bibliográficas

- Dargahi, B. (1990). Controlling Mechanism of Local Scour. *Journal of Hydraulic Engineering ASCE* 116(10), 1197-1213.
- Hernández, I. (2003). Modelos euleriano-lagrangeanos en flujos a superficie libre: Aplicación al transporte de partículas suspendidas y al crecimiento de microorganismos. México: Tesis Maestría, DEPFI, UNAM.
- Ramírez, H., Rodríguez, C., & Herrera, I. E. (2005). Multilayer hydrodynamic model and their application to sediment transport in estuaries. *Special Issue Shangai Conference, Springer-Verlag, Vol. May*.
- Raudkivi, A. J. (1999). Functional Trends of Scour at Bridge Piers. *Journal of Hydraulic Engineering ASCE* 112(1), 1-13.
- Robinson, M., Monaghan, J., & Mansour, J. (2007). SPH simulation of 2D wall-bounded turbulence. *Smoothed Particle Hydrodynamics European Research Interest Community, 2nd International Workshop, 107-110*.
- Van Rijn, L. C., Walastra, D. J., & Van Ormondt, M. (2007). Unified view of sediment transport by currents and waves IV: Application of Morphodynamic Model. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133: 776-793.