

Modelos de infiltración en la estimación de las propiedades estadísticas del escurrimiento superficial.

Sofía de Las Heras y Alejandra Vornetti

Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.

E-mail: sofia.dlh@gmail.com

RESUMEN: El objetivo de este trabajo es presentar los resultados obtenidos al aplicar una metodología de simulación Montecarlo para estimar las propiedades estadísticas del escurrimiento superficial en una cuenca, utilizando distintos modelos para representar las pérdidas por infiltración.

El modelo de simulación desarrollado incluye la generación de eventos de precipitación independientes a partir de considerar una función de densidad de probabilidades bivariada exponencial para representar la intensidad y la duración de la precipitación. Luego se estima el escurrimiento superficial para cada evento, utilizando los métodos del índice ϕ , Soil Conservation Service (SCS) y Green - Ampt, para distintas condiciones de humedad de suelo antecedentes. Finalmente, a partir de las series simuladas, se obtienen la esperanza y el desvío del escurrimiento superficial.

La metodología propuesta se aplica en la cuenca del arroyo Tapalqué, ubicada en el centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina que tiene un área de 1560 km², con pendientes medias comprendidas entre 0.1 y 0.5%. Los suelos tienen en general bajo a medio potencial de infiltración y el uso de suelo es predominantemente la ganadería, siendo menor la superficie destinada a la agricultura.

Este trabajo permite contrastar los momentos del escurrimiento superficial obtenidos por simulación y al aplicar expresiones teóricas deducidas previamente, que combinan el modelo de precipitación exponencial con los métodos del índice ϕ y del SCS. Los resultados muestran un excelente y un buen ajuste respectivamente entre los valores teóricos y simulados de la esperanza. En el caso del desvío, las expresiones teóricas sobreestiman a los valores obtenidos por simulación.

Las divergencias observadas en la estimación de la esperanza y el desvío del escurrimiento superficial cuando se utilizan distintos modelos de infiltración refuerzan la importancia de la representación de este proceso y de las condiciones de humedad del suelo en la estimación del escurrimiento superficial.

INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo es presentar los resultados obtenidos al aplicar una metodología de simulación Montecarlo para estimar las propiedades estadísticas del escurrimiento superficial en una cuenca y contrastar los momentos del escurrimiento superficial simulados con los obtenidos al aplicar expresiones deducidas analíticamente (Vornetti y Seoane, 2013) que combinan el modelo de precipitación exponencial con los métodos del índice ϕ y del SCS.

El modelo de simulación desarrollado incluye la representación de la precipitación a partir de una función de densidad de probabilidades bivariada exponencial para la intensidad y la duración, asumiendo la

independencia entre estas variables y se utilizan distintos modelos para representar las pérdidas por infiltración.

La distribución exponencial ha sido ampliamente usada en la literatura internacional sobre el tema y entre los principales antecedentes del uso de este modelo para representar las características exteriores de las tormentas (intensidad y duración) se encuentran los trabajos de Grayman y Eagleson (1969) y Córdova y Bras (1981).

Córdova y Rodríguez Iturbe (1985) utilizan el modelo exponencial para la intensidad y duración de la precipitación, incluyendo la correlación, asociado a la ecuación de infiltración de Philip para realizar la transformación entre la lluvia y el escurrimiento superficial. En este trabajo los autores presentan la deducción de expresiones analíticas de los momentos del escurrimiento superficial y contrastan los resultados obtenidos con un modelo de simulación.

Por otra parte, una descripción precisa del proceso de infiltración es muy importante para estimar crecidas y sigue siendo un tema actual de investigación (Swamee et al., 2014) ya que cualquiera sea el modelo de transformación precipitación-caudal aplicado para predecir la respuesta ante una precipitación de una cuenca particular, se necesita la precipitación efectiva como entrada al modelo seleccionado.

Las condiciones de humedad del suelo y la variabilidad de la precipitación también pueden impactar en distinta medida sobre la generación del escurrimiento superficial. Un análisis de este tipo lo realizan Nikolopoulos et al. (2011) para una cuenca de los Alpes Italianos.

METODOLOGIA

La metodología propuesta consiste en desarrollar un modelo de simulación que incluye la generación de eventos de precipitación independientes a partir de considerar una función de densidad de probabilidades bivariada exponencial para representar la intensidad y la duración de la precipitación.

El escurrimiento superficial en escala de eventos se estima aplicando los métodos del índice ϕ , Soil Conservation Service (SCS) y Green - Ampt, para distintas condiciones de humedad de suelo antecedentes.

Representación probabilística de los eventos de precipitación

El modelo de precipitación puntual utilizado sigue un esquema de pulsos rectangulares. La intensidad y la duración de las tormentas se asumen como variables aleatorias independientes y se consideran exponencialmente distribuidas:

$$f_i(i) = \frac{1}{\lambda_1} \exp\left(-\frac{i}{\lambda_1}\right) \quad (1)$$

$$f_r(t_r) = \frac{1}{\lambda_2} \exp\left(-\frac{t_r}{\lambda_2}\right) \quad (2)$$

donde:

i = intensidad de la precipitación [mm h⁻¹],

t_r = duración de la precipitación [h],

λ_1 = parámetro del modelo exponencial para la intensidad,

λ_2 = parámetro del modelo exponencial para la duración.

La hipótesis de independencia implica que la función de densidad de probabilidades conjunta de la intensidad y la duración es:

$$f_{i,t_r}(i,t_r) = \frac{1}{\lambda_1} \exp\left(-\frac{i}{\lambda_1}\right) \frac{1}{\lambda_2} \exp\left(-\frac{t_r}{\lambda_2}\right) \quad (3)$$

Modelos de precipitación – escurrimiento

En esta propuesta se utilizaron tres modelos diferentes para obtener la precipitación efectiva: el modelo del índice ϕ , el método del Número de Curva del Soil Conservation Service y el modelo conceptual de Green - Ampt.

Método del índice ϕ

$$\begin{aligned} r(i,t_r) &= 0 & i &\leq \phi \\ r(i,t_r) &= it_r - \phi t_r & i &> \phi \end{aligned} \quad (4)$$

donde:

r : escurrimiento superficial [mm]

ϕ : tasa de infiltración constante [mm h⁻¹]

Método del Número de Curva del SCS

$$\begin{aligned} r(i,t_r) &= 0 & t_r &\leq t_0 \\ r(i,t_r) &= \frac{(it_r - 0.2S)^2}{it_r + 0.8S} & t_r &> t_0 \end{aligned} \quad t_0 = \frac{0.2S}{i} \quad (5)$$

donde:

S [mm]: máximo potencial de retención de agua en el suelo; $S = \frac{25400}{CN} - 254$,

CN : Número de Curva.

Método de Green - Ampt

Si $i > K$

$$\begin{aligned} r(i, t_r) &= 0 & t_r &\leq t_p \\ r(i, t_r) &= it_r - F & t_r &> t_p \end{aligned} \quad t_p = \frac{K\Psi\Delta\theta}{i(i-K)} \quad (6)$$

Si $i < K$

$$r(i, t_r) = 0 \quad \forall t_r$$

donde:

$$F = K(t - t_p) + F_p + \Psi\Delta\theta \ln \left[\frac{\Psi\Delta\theta + F}{\Psi\Delta\theta + F_p} \right]$$

$$F_p = it_p$$

K : Conductividad hidráulica del suelo.

Ψ : Cabeza de presión capilar del frente de mojado.

$\Delta\theta$: Diferencia entre los contenidos de humedad del suelo inicial y final.

Modelo de simulación

El modelo de simulación implementado en esta propuesta consta de las siguientes etapas:

1. Simular eventos de tormenta con intensidad y duración de la precipitación distribuida según la función de distribución bivariada exponencial dada en la ecuación (3).
2. Para cada evento de tormenta obtenido en 1 calcular el escurrimiento superficial utilizando el método del índice ϕ (ecuación 4), para distintos valores de ϕ , que corresponden a diferentes condiciones de humedad del suelo.
3. Repetir el procedimiento indicado en 2 utilizando el método del SCS (ecuación 5), para distintos valores de CN , para representar diferentes condiciones antecedentes de humedad del suelo.
4. Para cada evento de tormenta obtenido en 1 calcular el escurrimiento superficial utilizando el método de Green – Ampt (ecuación 6), para distintos valores de $\Delta\theta$, que corresponden a diferentes contenidos iniciales de humedad del suelo.

5. Estimar la media y el desvío del escurrimiento superficial a partir de las series de escurrimiento superficial simuladas, obtenidas en las etapas 2, 3 y 4.

Comparación de los momentos del escurrimiento superficial simulados y estimados analíticamente

En otra etapa del trabajo se contrastan los momentos del escurrimiento superficial obtenidos por simulación y al aplicar expresiones analíticas (ecuaciones 7, 8, 9 y 10), deducidas a partir del modelo de precipitación exponencial, asociado a los métodos del índice ϕ y del SCS para la estimación de la precipitación efectiva (Vornetti y Seoane, 2013).

Modelo de precipitación exponencial – Método del índice ϕ

$$E[r] = \lambda_1 \lambda_2 \exp\left(-\frac{\phi}{\lambda_1}\right) \quad (7)$$

$$D[r] = \left[4\lambda_1^2 \lambda_2^2 \exp\left(-\frac{\phi}{\lambda_1}\right) - \lambda_1^2 \lambda_2^2 \exp\left(-\frac{2\phi}{\lambda_1}\right) \right]^{1/2} \quad (8)$$

Modelo de precipitación exponencial – Método del SCS

$$E[r] = 1.53377S^{-0.79086} \sigma^{-\sigma} \Gamma(\sigma + 1) \exp(-\sigma) (\lambda_1^* \lambda_2)^{1.79086} \quad (9)$$

$$D[r] = \left[52.2189S^{-1.58173} \sigma^{-\sigma} \Gamma(\sigma + 1) \exp(-\sigma) (\lambda_1^* \lambda_2)^{3.58173} \left[1 - 0.04501 \sigma^{-\sigma} \Gamma(\sigma + 1) \exp(-\sigma) \right] \right]^{1/2} \quad (10)$$

donde:

$$\lambda_1^* = \lambda_1 K$$

$$K = 1 - \exp(-1.1\lambda_2^{0.25}) + \exp(-1.1\lambda_2^{0.25} - 0.003861A_\Omega)$$

A_Ω : Área de la cuenca [km²]

$$\sigma = \frac{1}{\lambda_2} \left[\frac{0.2S\lambda_2}{\lambda_1^*} \right]$$

Aplicación de la metodología propuesta

La metodología propuesta se aplica en la cuenca del arroyo Tapalqué, ubicada en el centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina que tiene un área de 1560 km², con pendientes medias comprendidas entre 0.1 y 0.5%. Los suelos tienen en general bajo a medio potencial de infiltración y el uso de suelo es predominantemente la ganadería, siendo menor la superficie destinada a la agricultura. En la Figura 1 se

muestra la localización de la cuenca.



Figura 1. Localización de la cuenca del arroyo Tapalqué.

Los datos de precipitación provienen de la estación perteneciente al Servicio Meteorológico Nacional, localizada en el Aeropuerto de Olavarría, que registra variables meteorológicas desde 1987. La precipitación media anual en esta estación es de 884 mm para el período 1988-2001. Los datos detallados de precipitación disponibles en escala horaria, corresponden a 227 eventos registrados en el período 1988-1997, los cuales son utilizados en este análisis para estimar los parámetros del modelo de precipitación, tabla 1.

Tabla 1. Parámetros del modelo de precipitación

λ_1 (mm h ⁻¹)	λ_2 (h)
9.862	3.916

En el trabajo de Gelmi (2005) se realizó una clasificación de los suelos en la cuenca del arroyo Tapalqué a partir de cartas de suelos proporcionadas por el Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria (INTA) en escala 1:50000 con la aplicación de la metodología propuesta por United State Department of Agriculture (USDA), teniendo en cuenta resultados obtenidos por textura.

Este análisis indicó que, en promedio, el suelo en la cuenca es loam. Con esta clasificación del suelo, se determina el tipo de suelo hidrológico según el Soil Conservation Service (SCS), resultando el tipo de suelo hidrológico C.

Además, a partir del tipo de suelo determinado se estimaron los parámetros del modelo de Green-Ampt según los valores de referencia propuestos por Rawls, Brakensiek y Miller, (Ven Te Chow, 1994), tabla 2.

Tabla 2. Parámetros de Infiltración de Green-Ampt.

Tipo de suelo	Porosidad η	Porosidad efectiva θ_e	Cabeza de succión $\psi(\text{cm})$	Conductividad hidráulica $K(\text{cm/h})$
Loam	0,463	0,434	8,89	0,34

RESULTADOS

En la primera etapa de la simulación se generaron mil series de intensidad y duración de los eventos de precipitación a partir de los parámetros del modelo de lluvia exponencial. La longitud de las series simuladas es de 227 eventos, ya que esta es la extensión de la serie de precipitaciones observadas.

Para cada serie de intensidad y duración generada, se obtuvieron la media y el desvío; estos mil valores medios de la media y el desvío de cada variable se volvieron a promediar, obteniendo así los momentos de primero y segundo orden de la intensidad y la duración de la lluvia simulados. Estos resultados se comparan con los momentos observados, tabla 2.

Tabla 3. Momentos de primer y segundo orden de la intensidad y duración.

	Intensidad		Duración	
	Simulados	Observados	Simulados	Observados
Media (mm)	9,851	9,862	3,910	3,916
Desvío (mm)	9,7689	14,131	3,891	3,721

En las Figuras 2 y 3 se presentan los histogramas de los valores medios de la intensidad y la duración de la

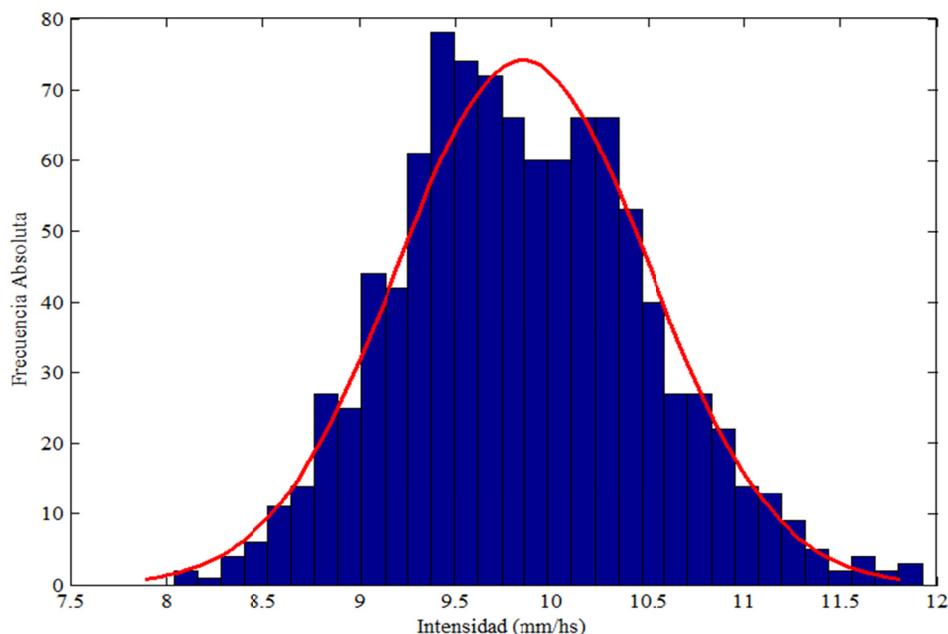


Figura 2. Histograma de valores medios de la intensidad.

precipitación simulados. En las figuras se incluyen las curvas correspondientes a la función de densidad de probabilidades normal. En ambos casos se observa que la forma del histograma es similar a la de la curva normal.

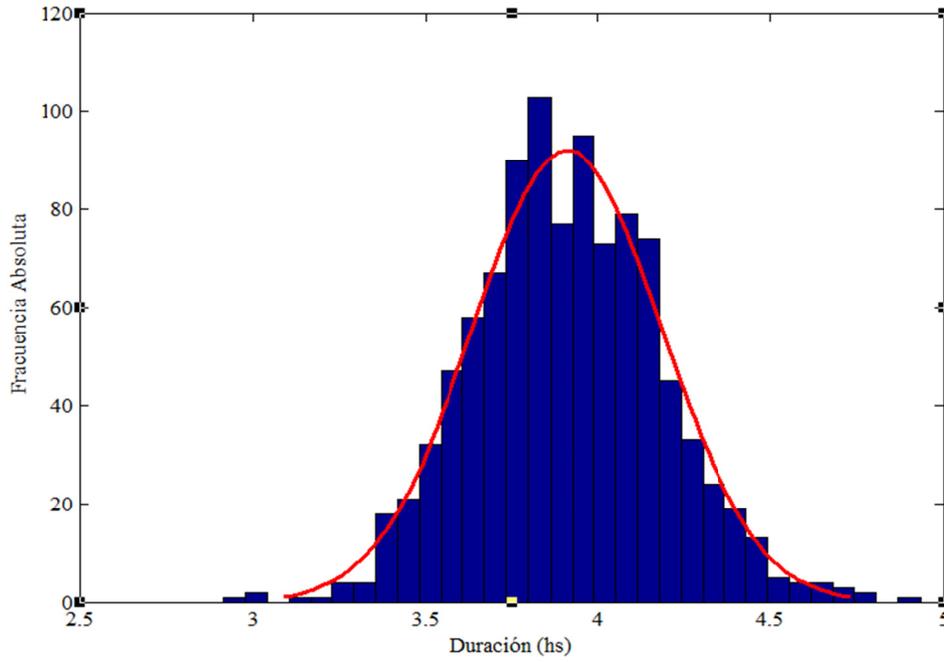


Figura 3. Histograma de valores medios de la duración.

Estimación del escurrimiento superficial para los eventos de tormenta simulados

Método del índice ϕ

En este trabajo se adoptaron distintos valores de ϕ para representar distintas condiciones de humedad del suelo y se calcula el escurrimiento superficial a partir de la ecuación 4.

Para cada valor del índice ϕ adoptado, se obtienen, para cada serie, 227 valores de escurrimiento a partir de los cuales se calculan la media y el desvío. Un promedio de estos valores para las mil series generadas, brinda la esperanza y el desvío del escurrimiento superficial. Los valores del índice ϕ se variaron entre 2 mm/h y 9 mm/h, en intervalos de 1 mm/h.

Los momentos del escurrimiento superficial simulados se compararon con los valores obtenidos a partir de aplicar las expresiones analíticas, ecuaciones 7 y 8.

En la tabla 3 se presentan los valores de la esperanza y el desvío del escurrimiento superficial simulados y los mismos momentos estimados analíticamente. En las figura 4 y 5 se presentan los mismos resultados en

forma gráfica. Tanto en forma numérica como gráfica se observa un excelente ajuste entre los valores de la media simulados y estimados analíticamente mientras que el desvío simulado también presenta un comportamiento muy similar que la obtenida mediante las expresiones analíticas mencionadas precedentemente.

Tabla 4. Valores de la esperanza y el desvío del escurrimiento superficial.

Método Índice ϕ								
valor de ϕ	2	3	4	5	6	7	8	9
Analíticos								
E(r) (mm)	31,53	28,48	25,74	23,25	21,01	18,99	17,15	15,50
D(r) (mm)	62,26	59,91	57,56	55,24	52,96	50,72	48,54	46,41
Simulados								
E(r)(mm)	31,53	28,49	25,74	23,26	21,01	18,97	17,13	15,47
D(r)(mm)	60,78	58,39	56,00	53,64	51,31	49,03	46,81	44,65

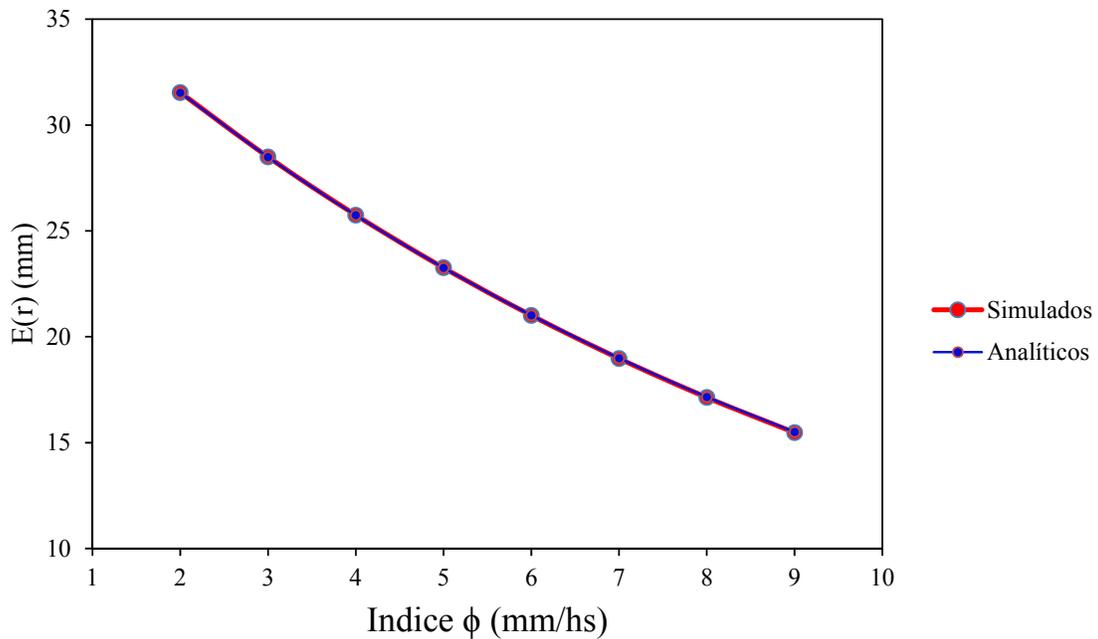


Figura 4. Esperanza del escurrimiento superficial. Método Índice ϕ .

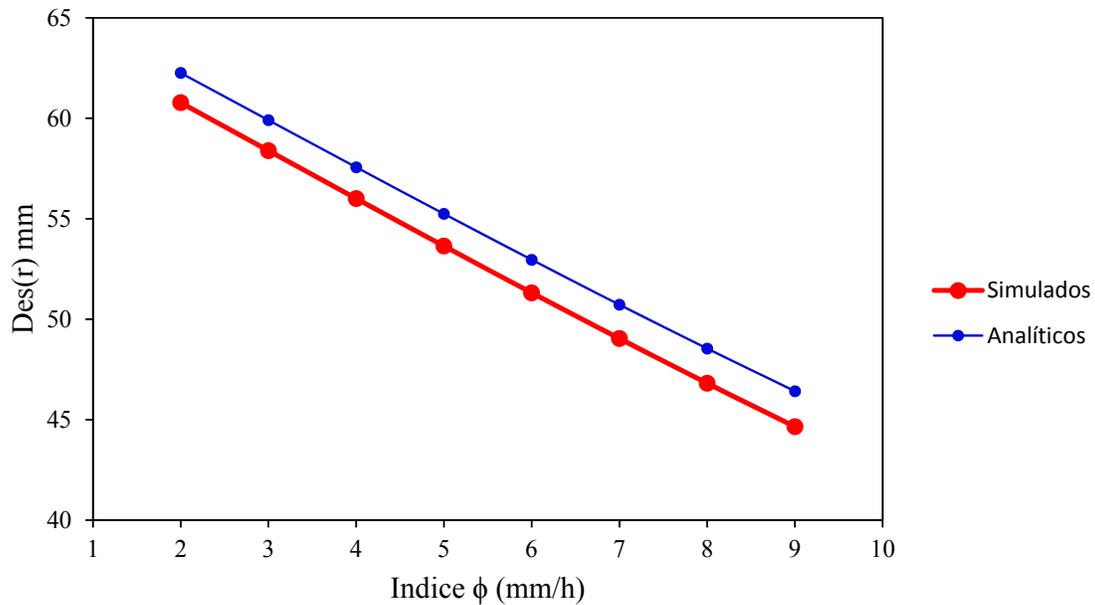


Figura 5. Desvío estándar del escurrimiento superficial. Método Índice Phi.

Método del SCS

En esta etapa del trabajo se sigue un procedimiento similar al explicado en el apartado anterior, utilizando ahora el método del SCS (ecuación 5) para representar las pérdidas por infiltración. El procedimiento consistió en adoptar distintos valores de CN, estimar el escurrimiento superficial para las tormentas de cada serie simulada y estimar la media y el desvío. Un promedio de estos valores para las mil series generadas, permite obtener la esperanza y el desvío del escurrimiento superficial. Los valores de CN se variaron entre 25 y 90, en intervalos de 5.

Los momentos del escurrimiento superficial simulados se compararon con los valores obtenidos a partir de aplicar las expresiones analíticas, ecuaciones 9 y 10.

En la tabla 4 se presentan los valores de la esperanza y desvío del escurrimiento superficial simulados y los mismos momentos estimados analíticamente. En las figuras 6 y 7 se presentan los mismos resultados en forma gráfica. Tanto en forma numérica como gráfica se observa un buen ajuste entre los valores simulados y estimados analíticamente de la media, observándose los mayores apartamientos para los valores más grandes de CN. El desvío simulada presenta mayores discrepancias que la media respecto de los valores analíticos, observándose los mejores ajustes para $CN < 40$ y CN próximos a 85.

Tabla N° 5. Valores de la esperanza y el desvío del escurrimiento superficial

Método SCS				
CN	E(r)(mm)		D(r)(mm)	
	Analíticos	Simulados	Analíticos	Simulados
25	0,16	1,25	4,08	10,80
30	0,32	1,96	5,26	14,62
35	0,55	2,82	6,59	18,44
40	0,89	3,82	8,08	22,23
45	1,36	4,95	9,78	25,97
50	2,00	6,24	11,74	29,67
55	2,87	7,24	14,06	33,32
60	4,05	9,28	16,83	36,95
65	5,67	11,08	20,25	40,56
70	7,95	13,11	24,60	44,17
75	11,25	15,42	30,39	47,79
80	16,30	18,08	38,58	51,44
85	24,70	21,23	51,32	55,12
90	40,98	25,10	74,57	58,84

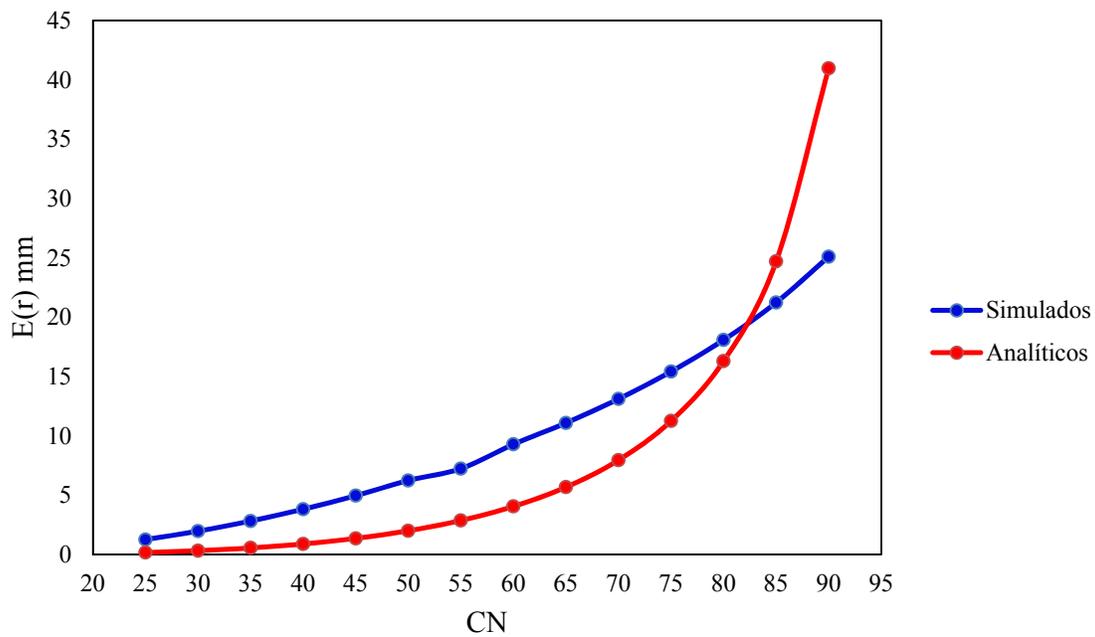


Figura 6. Esperanza del escurrimiento superficial. Método SCS.

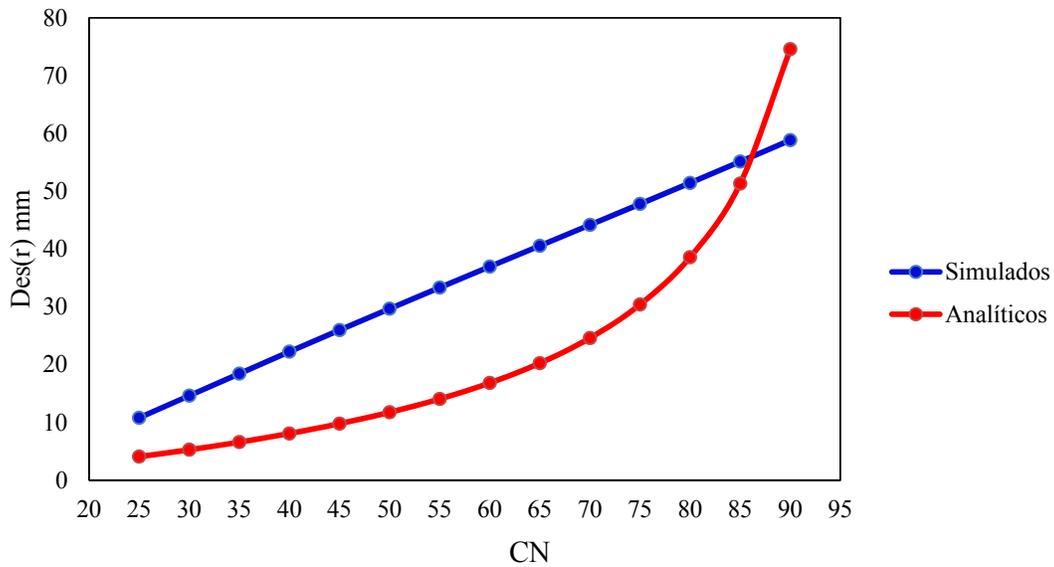


Figura 7. Desvío estándar del escurrimiento superficial. Método SCS.

Método de Green -Ampt

Un procedimiento similar al descrito en los apartados anteriores se aplicó en esta etapa para estimar los momentos simulados del escurrimiento superficial utilizando el modelo de Green – Ampt para estimar las pérdidas por infiltración. En este caso se consideraron distintos valores de la saturación efectiva S_e , lo que implica variar el contenido de humedad inicial del suelo. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 5.

Tabla 6. Valores de la esperanza y el desvío del escurrimiento superficial.

Método Green-Ampt									
Se	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Simulados									
E(r) (mm)	16,73	17,23	17,79	18,42	19,12	19,94	20,92	22,11	23,81
D(r) (mm)	48,66	49,24	49,86	50,52	51,25	52,05	52,96	54,00	55,31

CONCLUSIONES

El desarrollo de este trabajo permitió estimar por simulación las propiedades estadísticas del escurrimiento superficial en la cuenca del Arroyo Tapalqué y contrastar los resultados obtenidos con los momentos estimados a partir de expresiones analíticas.

Entre las principales conclusiones puede destacarse el excelente ajuste observado entre la media y el desvío estándar del escurrimiento superficial simulados y los obtenidos a partir de las expresiones analíticas, cuando se combina el modelo exponencial de precipitación con el método del índice ϕ para la estimación de la precipitación efectiva. Cuando se utiliza el método del Soil Conservation Service el ajuste de la media del escurrimiento superficial es bueno para un suelo con valores de $CN < 85$, mientras que en el desvío estándar se observan mayores apartamientos entre los valores simulados y los teóricos siendo el ajuste bueno para $CN < 45$ y CN próximos a 85.

Otro aspecto a destacar es que los valores de la media y el desvío estándar del escurrimiento superficial son sensibles a las condiciones de humedad iniciales del suelo, situación que se observa para los tres modelos de infiltración utilizados.

La aplicación del modelo de infiltración de Green-Ampt es interesante puesto que, si bien no se contrastó con expresiones analíticas, este modelo tiene una base conceptual que incluye ecuaciones del movimiento del agua en el suelo y sus parámetros pueden ser estimados si se cuenta con información de las características del suelo de la cuenca.

***Agradecimientos.** Esta investigación se llevó a cabo en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Los datos utilizados en este estudio fueron provistos por el Servicio Meteorológico Nacional. Los autores agradecen a la Lic. Amalia González elaboró la figura 1 y al Ing. Rafael Seoane cuyas sugerencias y comentarios contribuyeron a mejorar el trabajo.*

REFERENCIAS

- Córdova, J.L. and Bras, R.L., 1981. Physically based probabilistic models of infiltration, soil moisture and actual evapotranspiration. *Water Resources Research*, 17(1), pp. 93–106.
- Córdova, J.L. and Rodríguez-Iturbe, I., 1985. On the probabilistic structure of storm surface runoff. *Water Resources Research*, 21(5), pp. 755–763.
- Gelmi, M., 2005. Aplicación de modelos determinísticos y probabilísticos para el análisis de un fertilizante en una cuenca rural. Tesis de Maestría en Ingeniería de los Recursos Hídricos, Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas, Universidad Nacional del Litoral.
- Grayman, W.M. and Eagleson, P.S., 1969. Streamflow record length for modeling catchment dynamics. Rep. 114, Hydrodin. Lab. Dep. Of Civ. Eng. Mass. Inst. of Technol., Cambridge.
- Nikolopoulos E, Anagnostou E, Borga M, Vivoni E, Papadopoulos A, 2011. Sensitivity of a mountain basin flash flood to initial wetness condition and rainfall variability. *Journal of Hydrology*, 402, pp. 165–178.
- Swamee P.K, Rathie P, Ozelim L, Cavalcante A., 2014. Recent advances on solving the three-parameter infiltration equation. *Journal of Hydrology*, 509, pp. 188–192.
- Ven te Chow, 1994. Hidrología Aplicada. McGraw-Hill.
- Vornetti, A. y Seoane, R., 2013. An assessment of the rainfall and infiltration models impact on the statistical properties of surface runoff. StatisticalHydrology - STAHY'13 Workshop - FACETS OF UNCERTAINTY. ICSH-IAHS. Kos, Grecia.